

*Scomporre un numero come somma
di 4 (o di 3) quadrati*

Eugenio G. Omodeo



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI DI TRIESTE

Trieste, 29/09/2015

PROBLEMA

La dimostrazione che si può scomporre

qualsiasi intero ≥ 0

come somma di quattro quadrati perfetti

- fu avviata da Eulero
- condotta a termine da Lagrange

PROBLEMA

La dimostrazione che si può scomporre

qualsiasi intero ≥ 0

come somma di quattro quadrati perfetti

- fu avviata da Eulero
- condotta a termine da Lagrange

Esempio: $7 = 1 + 1 + 1 + 4$

PROBLEMA

La dimostrazione che si può scomporre

qualsiasi intero ≥ 0

come somma di quattro quadrati perfetti

- fu avviata da Eulero
- condotta a termine da Lagrange

Esempio: $7 = 1 + 1 + 1 + 4$

ALTRO PROBLEMA

L'analoga scomposizione in tre quadrati non è sempre possibile — le eccezioni, fra cui il 7, sono

tutti i numeri naturali della forma $4^k (8m + 7)$

PROBLEMA

La dimostrazione che si può scomporre

qualsiasi intero ≥ 0

come somma di quattro quadrati perfetti

- fu avviata da Eulero
- condotta a termine da Lagrange

Esempio: $7 = 1 + 1 + 1 + 4$

ALTRO PROBLEMA

L'analoga scomposizione in tre quadrati non è sempre possibile — le eccezioni, fra cui il 7, sono

tutti i numeri naturali della forma $4^k (8m + 7)$

Come implementare queste scomposizioni in Java ?

UNA SPECIE DI 'CONTATORE A QUATTRO ROTELLE'

```
assert x >= 0;
```

```
int a, b, c, d;
```

```
a = b = c = d = 0;
```

```
while( x != a*a + b*b + c*c + d*d ) {
```

```
    if ( d != r ) d = d + 1; else { d = 0;
```

```
    if ( c != r ) c = c + 1; else { c = 0;
```

```
    if ( b != r ) b = b + 1; else { b = 0;
```

```
        a = a + 1;
```

```
    }}}
```

```
} // a, b, c, d formano la quaterna cercata
```

COMPLETAMENTO (AMATORIALE) DEL PROGRAMMA

```
class QQ0{  
  
    public static void main( String[] aaa ) {  
  
        int x, r;  
  
        x = Integer.parseInt( aaa[0] ); r = (int) Math.sqrt( x );  
  
        ⋮      ⋮      ⋮      ⋮      ⋮      ⋮      ⋮  
  
        System.out.println( "Eureka!: " + x + " == " +  
  
            a*a + "+" +  
  
            b*b + "+" +  
  
            c*c + "+" +  
  
            d*d );  
  
    }  
}
```

TUTTE LE SCOMPOSIZIONI IN QUATERNE, TRAMITE for

```
class QQ { // Dato un numero naturale, voglio scomporlo come somma di quattro quadrati
// Questo progr. e` un rozzo prototipo che fornisce tutte le scomposizioni possibili
    public static void main( String[] aa ) {
        int x ;
        x = Integer.parseInt( aa[0] ); // trasforma un numerale in numero
        assert x >= 0 ; // voglio partire con un numero intero non-negativo
        for( int i = 0 ; i <= x ; i = i + 1 )
            for( int j = 0 ; j <= x ; j = j + 1 )
                for( int k = 0 ; k <= x ; k = k + 1 )
                    for( int m = 0 ; m <= x ; m = m + 1 )
                        if ( x == i*i + j*j + k*k + m*m )
                            System.out.println( x + " == " + i*i + " + " + j*j + " + " + k*k + " + " + m*m );
    }
}
```