

SIMULAZIONE DI PROVE MECCANICHE IN MATERIALI ETEROGENEI

F. Cosmi

*Dipartimento di Energetica, Università di Trieste, Via A. Valerio, 10 - 34127 Trieste (TS),
e-mail: cosmi@units.it*

SOMMARIO

Le proprietà meccaniche desiderate spesso vengono ottenute attraverso l'aggiunta di particelle o fibre ad un materiale di base. In altri casi le eterogeneità della microstruttura derivano dal processo di fabbricazione del materiale, come nelle leghe sinterizzate. Il modello numerico proposto, basato sul metodo delle celle, è utilizzabile per la determinazione del comportamento meccanico di un materiale eterogeneo, sia in campo elastico sia in campo plastico. Nel lavoro vengono illustrate le applicazioni relative alla modellazione di leghe sinterizzate e di un composito a matrice metallica, sia nel piano sia in 3 dimensioni. I risultati ottenuti mostrano un buon accordo con i dati sperimentali dedotti dalla letteratura.

ABSTRACT

The desired mechanical properties are often met by adding particles or fibres to a base material. In other cases microstructure heterogeneities derive from the manufacturing process, as in sintered alloys. The proposed numerical method, based on the cell method, can be used to assess the mechanical behaviour of a heterogeneous material, in both elastic and plastic field. Sintered alloys and a metal matrix composite modelling in plane and 3D are shown in the paper. The results show a good agreement with experimental data available in literature.

1. INTRODUZIONE

Nelle applicazioni industriali spesso si incontrano materiali in cui le proprietà meccaniche desiderate su scala macroscopica vengono ottenute agendo a livello micro-strutturale, attraverso l'aggiunta di particelle o fibre al materiale di base, ad esempio nei compositi a matrice metallica, nel calcestruzzo, ecc. In altri casi le eterogeneità della struttura microscopica derivano dal processo di fabbricazione del materiale, ad esempio nel caso delle leghe sinterizzate.

È in pratica impossibile eseguire una simulazione numerica diretta di una struttura ingegneristica macroscopica costituita da un materiale eterogeneo a livello microstrutturale.

L'approccio comunemente seguito è dunque quello di considerare le proprietà effettive, cioè i valori medi delle variabili del problema, ottenuti su un volume statisticamente rappresentativo del materiale, l'RVE (Representative Volume Element) [1]. I risultati di questo processo di omogeneizzazione possono essere utilizzati poi per l'analisi macroscopica della struttura, Figura 1.

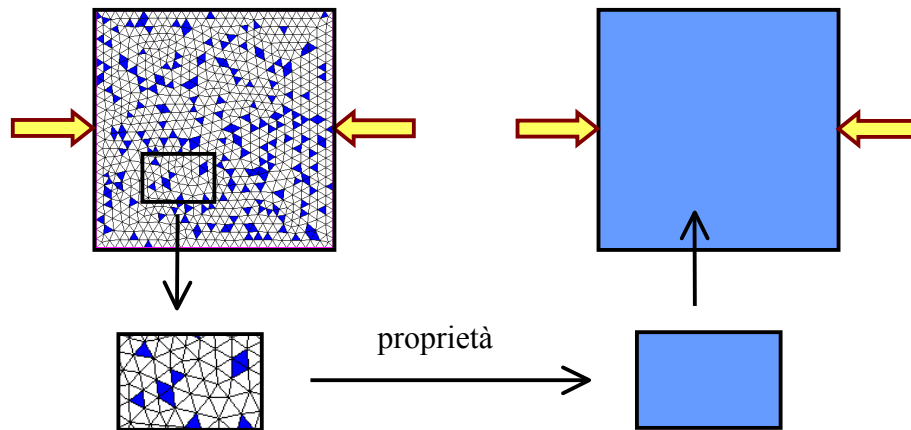


Figura 1: Stima delle proprietà effettive per il calcolo strutturale

I modelli per la stima delle proprietà meccaniche macroscopiche di materiali eterogenei possono essere di tipo analitico o numerico.

I modelli analitici sono caratterizzati da un certo numero di parametri che normalmente non hanno un marcato significato fisico e che devono essere tarati mediante l'esecuzione di diverse prove sperimentali. Un esempio di questi modelli è l'equazione di Hollomon, che costituisce il modello analitico solitamente impiegato per i sinterizzati e che verrà utilizzata nel seguito del lavoro.

Questi modelli quindi, dal momento che richiedono una taratura mediante prove sperimentali, non sono in grado di prevedere "a priori" il comportamento meccanico del materiale eterogeneo e non possono quindi essere utilizzati per stabilire la microstruttura da realizzare per soddisfare determinati requisiti macrostrutturali.

Per contro, la possibilità di fare delle previsioni sul comportamento meccanico di un materiale eterogeneo attraverso delle simulazioni di carattere numerico, consente di accelerare il processo di messa a punto di nuovi materiali ad alte prestazioni, riducendo il tempo dedicato alle prove sperimentali.

Il problema della determinazione delle relazioni tra microstruttura e proprietà strutturali di un materiale, affrontato utilizzando modelli numerici "semplici" a livello di microscala, i cui i parametri possiedono un significato fisico, è l'oggetto della "micro-macro meccanica computazionale" [2].

In letteratura sono reperibili diversi modelli numerici basati sull'impiego del metodo degli elementi finiti, sostanzialmente basati su due tipi di approccio: nel primo, la mesh viene generata in modo che i lati degli elementi vadano a coincidere con le interfacce interne al materiale [3], mentre il secondo ammette la possibilità che vi siano discontinuità all'interno di un singolo elemento [2]. Ciascuno dei due approcci porta a specifici vantaggi e svantaggi, fermo restando il fatto che la formulazione differenziale che sta alla base del FEM richiede che la dimensione della mesh sia inferiore di qualsiasi dimensione caratteristica coinvolta nel problema [4].

Il metodo delle celle (CM), di recente formulazione [5], non basandosi su una formulazione differenziale, risulta particolarmente adatto per la modellazione di materiali eterogenei.

Accanto ad un complesso geometrico di celle primali (triangoli a tre nodi nel piano, tetraedri a quattro nodi per problemi tridimensionali) viene introdotto il concetto di cella duale, che costituisce la regione di influenza del nodo al suo interno. Il metodo delle celle consente di scrivere le equazioni di equilibrio direttamente in forma discreta sulla regione di influenza di ciascun nodo, Figura 2.

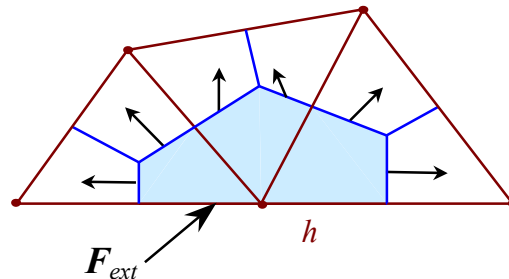


Figura 2: Forze agenti sulla cella duale del nodo h

Il risultato è un sistema lineare nella forma usuale

$$\{F\} = [K]\{u\} \quad (1)$$

in cui $\{F\}$ rappresenta il vettore delle forze esterne, $[K]$ la matrice di rigidezza e $\{u\}$ il vettore degli spostamenti nodali.

2. MODELLAZIONE NUMERICA DI LEGHE SINTERIZZATE

Le proprietà meccaniche delle leghe sinterizzate sono fortemente influenzate dalla porosità residua, che induce concentrazioni di tensione e riduce la sezione effettiva. Nel modello proposto la porosità residua viene ricostruita distribuendo in modo casuale delle celle vuote tra le celle del costituente.

In una prima serie di simulazioni, descritte in dettaglio in [6] e [7], il metodo delle celle è stato utilizzato per simulare delle prove di compressione e calcolare il modulo elastico di quattro leghe sinterizzate. I risultati delle simulazioni hanno presentato uno scostamento contenuto entro il 10% rispetto ai dati sperimentali reperibili in letteratura per le stesse leghe [9], risultato all'interno della variabilità caratteristica di questi materiali.

In questo lavoro la modellazione del comportamento meccanico delle leghe sinterizzate viene estesa oltre il campo elastico.

Un modello incrementale elastico-perfettamente plastico per il metodo delle celle è stato presentato in [7]. Risultati preliminari, presentati in [8], hanno indicato la necessità di adottare un modello per le celle del costituente che tenesse conto dell'incrudimento. È stato quindi sviluppato un nuovo modello, in cui ogni cella del costituente ha un comportamento elastoplastico con incrudimento, Figura 3.

Secondo l'approccio classico, la storia di carico viene divisa in un numero conveniente di passi durante i quali la risposta del materiale è elastica non lineare. Il sistema fondamentale (1) in termini incrementali diventa

$$\{\Delta F\} = [K]\{\Delta u\} - [L]\{\Delta \lambda\}. \quad (2)$$

Assunta come condizione iniziale una soluzione elastica, viene adottato il criterio di von Mises. Il raggio che definisce la condizione di snervamento viene utilizzato per aggiornare il vettore delle deformazioni plastiche $\{\Delta\lambda\}$ fino a ottenere la convergenza per ogni cella, dopodichè viene preso in considerazione il passo successivo nella storia di carico.

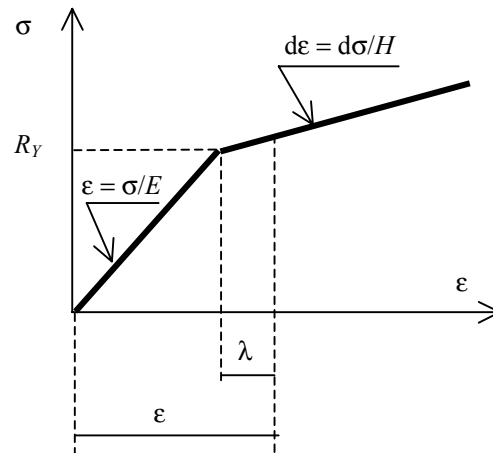


Figura 3: Materiale costituente con incrudimento

Sono stati modellati due sinterizzati, aventi il medesimo costituente e diversa porosità residua. Il modello impiegato utilizza un totale di 1498 celle (nodi), come illustrato in Figura 4.

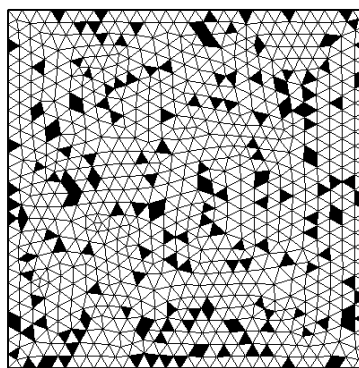


Figura 4: Celle vuote (nere) distribuite tra celle di materiale costituente (bianche)

La porosità residua viene ottenuta distribuendo in modo casuale un opportuno numero di celle vuote.

Il costituente è un materiale ferroso, NC100.24, caratterizzato dai seguenti parametri:

- $E = 207$ GPa, modulo elastico nella prima parte del diagramma sforzi-deformazioni,
- $H = 2$ GPa, modulo tangente nella seconda parte del diagramma sforzi-deformazioni,
- $\nu_E = 0.3$, modulo di Poisson in campo elastico,
- $\nu_P = 0.5$, modulo di Poisson in campo plastico,
- $R_y = 180$ MPa, carico unitario di snervamento.

Per ciascuna lega è stata simulata una prova di compressione.

Il primo materiale, lega A1, è caratterizzato da una porosità residua pari a 13.4%, corrispondente a 182 celle vuote nella simulazione.

Inizialmente le celle del costituente sono in campo elastico. All'aumentare del carico applicato alcune celle raggiungono lo snervamento e questa condizione si estende progressivamente, come illustrato in Figura 5.

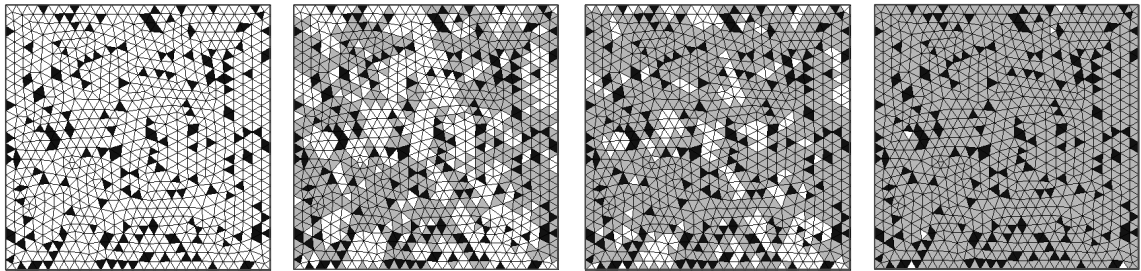


Figura 5: Plasticizzazione progressiva del materiale costituente.
Celle in fase elastica (bianco), in fase plastica (grigio) e celle vuote (nero)

Il risultato della simulazione è riportato in Figura 6 sotto forma di diagramma sforzi veri vs. deformazioni naturali.

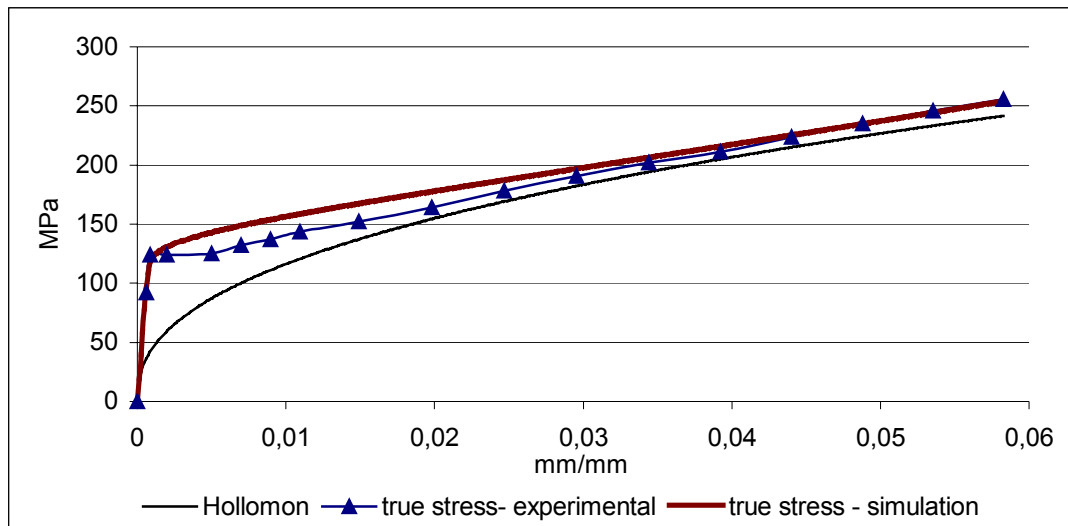


Figura 6: Diagramma sforzi/deformazioni per la lega A1

Il modulo elastico effettivo calcolato nella simulazione è $E^*_{CM} = 164$ GPa, quello misurato sperimentalmente e riportato in [9] è $E^*_S = 150$ GPa.

Coerentemente con quanto riportato in [9], la Figura 6 riporta anche il grafico relativo all'equazione di Hollomon

$$\bar{\sigma} = 786 \cdot \bar{\epsilon}^{0.415}, \quad (3)$$

che costituisce il modello analitico comunemente adottato per i sinterizzati.

La seconda lega modellata, lega A2, è caratterizzata da una porosità pari a 9.8%, corrispondente a 155 celle vuote. Il modulo elastico effettivo calcolato mediante la simulazione è $E^*_{CM} = 174$ GPa, quello misurato sperimentalmente e riportato in [9] è $E^*_S = 168$ GPa.

In Figura 7 sono riportati il risultato della simulazione, i dati sperimentali ed il grafico relativo all'equazione di Hollomon che in questo caso assume la forma [9]

$$\bar{\sigma} = 836 \cdot \bar{\epsilon}^{0.392} \quad (4)$$

In entrambi i grafici di Figura 6 e Figura 7 si evidenzia inoltre come il diagramma sforzi/deformazioni relativo ai dati sperimentali presenti una marcata variazione di pendenza in corrispondenza della zona di snervamento. Questo comportamento è riprodotto dai risultati della simulazione mentre il modello analitico non è in grado di tenerne conto.

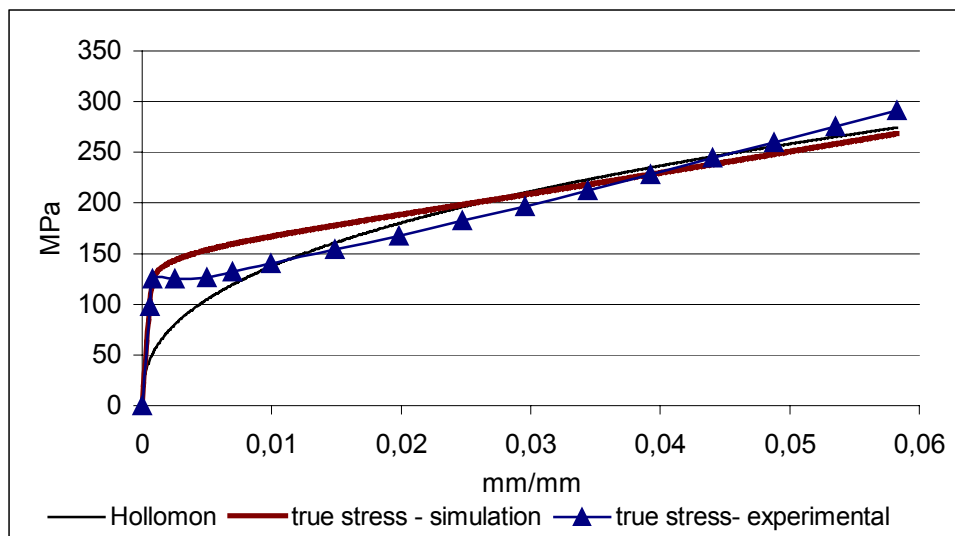


Figura 7: Diagramma sforzi/deformazioni per la lega A2

L'equazione di Hollomon inoltre non può essere utilizzata per effettuare una previsione delle caratteristiche meccaniche di una lega sulla base delle caratteristiche del costituente e della porosità residua, in quanto il suo impiego richiede la taratura di due parametri mediante confronto con i dati sperimentali.

Al contrario, il modello numerico proposto non solo è in grado di seguire i dati sperimentali in modo più accurato rispetto a quello analitico, ma richiede in ingresso soltanto la porosità residua e le proprietà meccaniche dei costituente, e può quindi essere impiegato a livello predittivo.

3. MODELLAZIONE DI UN COMPOSITO A MATRICE METALLICA

L'aggiunta di un rinforzo discontinuo ceramico ad una matrice in lega leggera porta a significativi miglioramenti delle caratteristiche meccaniche.

Risulta di conseguenza interessante lo sviluppo di modelli che mettano in relazione le caratteristiche microstrutturali con le proprietà meccaniche del materiale composito.

Un tale modello può inoltre essere utilizzato, in un'ottica di riduzione delle spese di laboratorio, per effettuare delle previsioni sul comportamento di un nuovo materiale per mezzo di simulazioni numeriche, riducendo i tempi legati all'esecuzione di prove sperimentali.

Il metodo delle celle è stato quindi utilizzato per la modellazione di un composito a matrice in lega di alluminio AA6061, rinforzata con il 20 % vol. di particelle di allumina (Al_2O_3).

Sono stati sviluppati diversi modelli, i cui risultati sono confrontati con i dati sperimentali relativi alla caratterizzazione di questo materiale, riportati in [10].

3.1 Modello elasto-plastico piano

Il comportamento del composito viene modellato impiegando un totale di 1498 celle. Una frazione pari a circa il 20% in volume delle celle è costituita da celle aventi le caratteristiche meccaniche del rinforzo, distribuite in modo casuale tra le celle per le quali vengono assunti i parametri della matrice.

Il comportamento della lega costituente la matrice è elasto-plastico con incrudimento:

- $E_{AL} = 69$ GPa, modulo elastico nella prima parte del diagramma sforzi-deformazioni,
- $H_{AL} = 14$ GPa, modulo tangente nella seconda parte del diagramma sforzi-deformazioni,
- $\nu_{AL} = 0.33$, modulo di Poisson in campo elastico,
- $\nu_{AL} = 0.5$, modulo di Poisson in campo plastico,
- $R_{yAL} = 290$ MPa, carico unitario di snervamento.

Il rinforzo di allumina viene considerato elastico, con

- $E_R = 370$ GPa,
- $\nu_R = 0.22$.

In Figura 8 vengono riportati il risultato medio di 3 simulazioni, confrontato con la media delle 3 prove sperimentali riportate in [10].

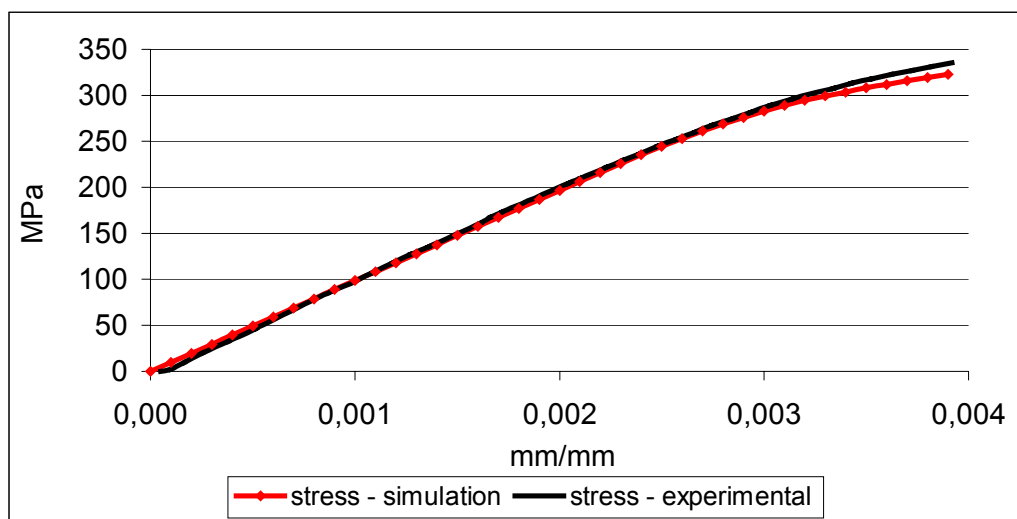


Figura 8: Diagramma sforzi/deformazioni per il composito

Il valore medio del modulo elastico del composito ottenuto nelle simulazioni è $E_{SIM} = 98.4$ GPa, quello ricavato dai dati sperimentali $E_{EXP} = 98.5$ GPa.

3.2 Modello ottenuto da micrografia

In una ulteriore applicazione, il modello viene ottenuto a partire da una immagine micrografica del composito, opportunamente elaborata.

All'interno dell'immagine micrografica, riportata in [10], viene individuata una zona significativa per l'analisi. L'immagine in questa zona viene ritagliata e opportunamente scalata, ottenendo l'immagine di Figura 9(a).

Per meglio mettere in evidenza le due fasi che costituiscono il composito viene successivamente applicato un filtro mediano, Figura 9(b).

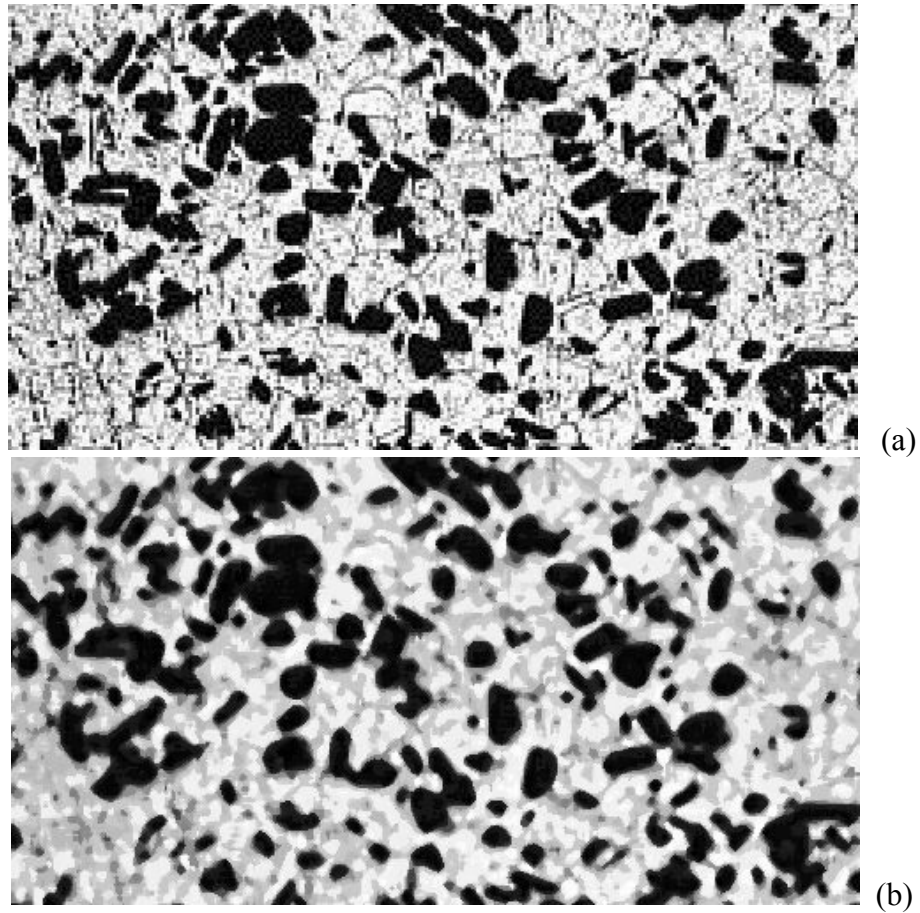


Figura 9: Immagine micrografica e sua elaborazione

Per assicurare un accurato ricoprimento dell'immagine è stata utilizzata una mesh di 9754 celle triangolari (5011 nodi).

Considerato il valore di f , tono di grigio normalizzato, valutato in 7 punti per ogni cella (baricentro, nodi e baricentri dei lati), dopo l'applicazione di un filtro a soglia, ciascuna cella risulta essere costituita o di matrice di alluminio ($f=1$) o di rinforzo ($f=0$), Figura 10.

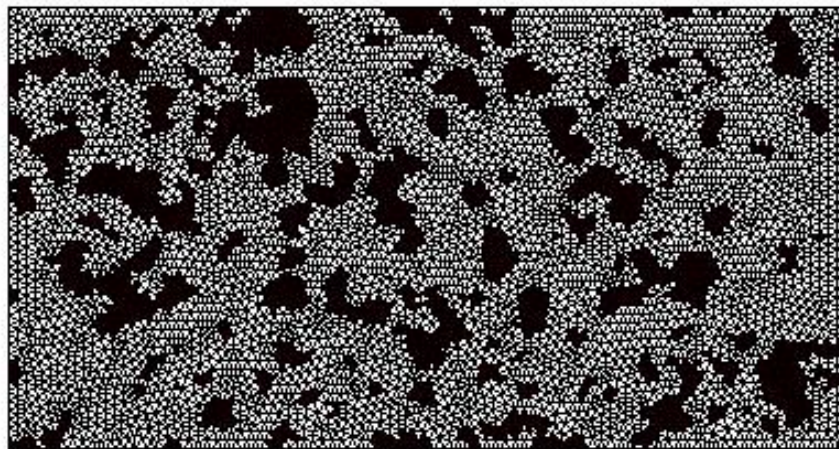


Figura 10: Modello di 9754 celle

Il modulo elastico del materiale, ricavato simulando una prova di trazione sul modello così ottenuto, ed assumendo in ingresso per le celle rispettivamente i valori dei moduli elastici di matrice e rinforzo, è risultato $E_{SIM2} = 98.8$ GPa.

3.3 Modello 3D

È stata inoltre sviluppata un'implementazione di modello elastico 3D per il materiale considerato, considerando celle tetraedriche a 4 nodi ed assumendo una distribuzione casuale del rinforzo nello spazio della matrice.

Una descrizione del metodo delle celle per problemi di elasticità 3D è fornita in [11].

Il modello impiegato nella simulazione, che consiste di 12440 celle (2549 nodi) è rappresentato in Figura 11. In accordo con i dati sperimentali, la dimensione media delle particelle di rinforzo è di circa 30 μm .

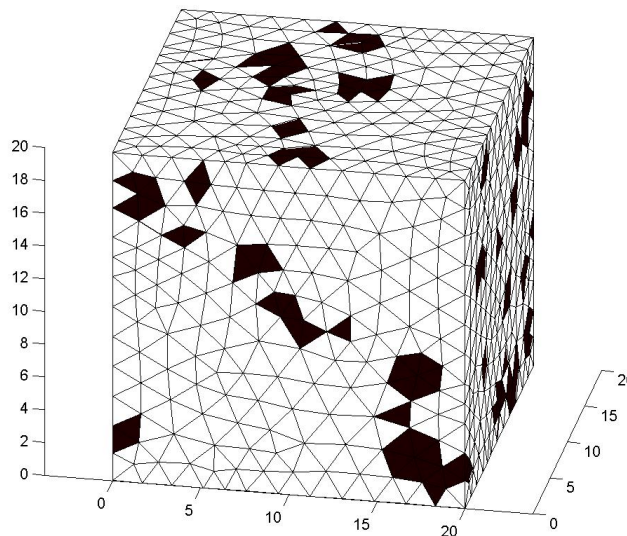


Figura 11: Modello tridimensionale

Assunti in ingresso rispettivamente i valori dei moduli elastici di matrice e rinforzo, il modulo elastico del materiale lungo le direzioni coordinate è risultato:

$$E_X = 105.3 \text{ GPa}$$

$$E_Y = 104.6 \text{ GPa}$$

$$E_Z = 104.2 \text{ GPa}$$

con valore medio $E_3 = 104.7$ GPa.

4. CONCLUSIONI

In questo lavoro è stato proposto un modello numerico basato sul metodo delle celle, utilizzabile per la determinazione del comportamento meccanico di un materiale eterogeneo, sia in campo elastico sia in campo plastico.

Sono state illustrate le applicazioni relative alla modellazione di due leghe sinterizzate e di un composito a matrice metallica, sia nel piano sia in 3 dimensioni.

I risultati ottenuti mostrano un buon accordo con i dati sperimentali dedotti dalla letteratura.

Il modello proposto può essere impiegato, in un'ottica di riduzione dei tempi e delle spese legati alle attività sperimentali, per effettuare delle previsioni sul comportamento di nuovi materiali per mezzo di simulazioni numeriche.

RINGRAZIAMENTI

L'autrice desidera ringraziare gli autori che hanno fornito i dati dei risultati sperimentali per i confronti, in particolare a L. Bertini, V. Fontanari e G. Straffellini per i sinterizzati e L. Ceschini, G. Minak e A. Morri per il composito.

E. Tonti, cui si deve il metodo delle celle, ha fornito preziosi consigli per lo sviluppo del modello.

L'autrice è inoltre grata al D. Dreossi per l'aiuto fornito in fase di implementazione del modello.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Hansen A., "Disorder", in Statistical Models for the Fracture of Disordered Media, Herrmann H.J., and Roux, S. (editors), Elsevier, North Holland, 1990, pp.115-157
- [2] Zohdi T.D., Wriggers, P. "Computational Micro-macro Material Testing", *Archives of Computational Methods in Engineering*, 8, 2001, pp.131-228
- [3] Canillo V., Leonelli C., Romagnoli M., Veronesi P., "Modellazione stocastica del processo di frattura in materiali compositi a matrice ceramica, in materiali refrattari ed in materiali eterogenei complessi", Atti del XVI Convegno Nazionale IGF, Catania, 2001, pp.209-216
- [4] Roux S., "Continuum and Discrete Description of Elasticity", in Statistical Models for the Fracture of Disordered Media, Herrmann H.J., and Roux, S. (editors), Elsevier, North Holland, 1990, pp.109-113
- [5] Tonti E., "A Direct Discrete Formulation of Field Laws: The Cell Method", *CMES*, 2, 2001, pp.237-258
- [6] Cosmi F., "Modelling of the mechanical behaviour of porous materials: a new approach", *Acta of Bioengineering and Biomechanics*, 3, 2001, pp.55-66
- [7] Cosmi F., "Elasto-plasticità con il metodo delle celle", Atti del Convegno Nazionale XXX AIAS, Alghero, 2001, pp.1235-1244
- [8] Cosmi F., "Sintered Alloys Mechanical Properties Simulation with Cell Method", Proc. of VI Int. Conference on Advanced Manufacturing, AMST 2002, Udine
- [9] Bertini L., Fontanari V., Straffellini G., "Tensile and Bending Behavior of Sintered Alloys: Experimental Results and Modeling", *Jour. of Eng. Materials and Technology*, vol.120, 1998, pp. 248-255
- [10] Ceschini L., Minak G., Morri A., "Caratterizzazione statica e a fatica del composto AA6061/20Vol.%Al₂O_{3p}", Atti del Convegno Nazionale XXXI AIAS, Parma, 2002
- [11] Tonti E., "The Finite Formulation of Continuous Media", in Proc. WCCM V, Vienna, Austria, 2002