Compito scritto di Ricerca Operativa 1,
Università degli Studi di Trieste,
martedì 22 novembre 2005.

Nome:
Cognome:
Matricola:

Nota: giustificare sempre passaggi, affermazioni e risultati.

Esercizio 1

Scrivere un modello di *PL* per risolvere il seguente problema.

Una vasca di tintura utilizzata per lavorazioni tessili industriali è dotata di due rubinetti d'ingresso, A e B, e di un rubinetto di scarico K. All'istante iniziale $t_0 = 0$, la vasca contiene un volume VOL_0 di soluzione. Dopo che è trascorso un certo tempo, il rubinetto A viene aperto, più precisamente, il rubinetto A verrà aperto fra l'istante T_{Amin} e T_{Amax}. Analogamente, il rubinetto B verrà aperto fra l'istante T_{Bmin} e T_{Bmax}. Inoltre, per esigenze legate al processo di tintura, le aperture dei rubinetti A e B devono avvenire entro un tempo T_{DAB} l'una dall'altra (indipendentemente da quale rubinetto sia stato aperto per primo). Il rubinetto di scarico K viene invece aperto esattamente all'istante t_K.

Le portate dei tre rubinetti A, B e K sono rispettivamente di $0,3$ litri/secondo, $0,4$ litri/secondo e $0,6$ litri/secondo.

I parametri del problema (che si suppongono noti) soddisfano le seguenti condizioni: $t_0 \leq T_{Amin} \leq T_{Amax}$, $t_0 \leq T_{Bmin} \leq T_{Bmax}$, $T_{DAB} \geq 0$, $T_{Amax} \leq t_K$, $T_{Bmax} \leq t_K$, $t_K \leq t_{FIN}$.

Il problema consiste nel ritardare il più possibile l'apertura del rubinetto B affinché all'istante t_{FIN} la vasca di tintura contenga un volume complessivo di soluzione compreso fra VOL_{min} e VOL_{max}.

(Nota: tutti i tempi si considerino espressi in secondi e tutti i volumi in litri.)

Esercizio 2

Risolvere il seguente problema di *PL* utilizzando il metodo del simplesso. Fra le variabili candidate ad entrare in base, scegliere sempre quella con pedice inferiore.

$$\begin{aligned} &\max\ (z = -5x_2) \\ &2x_1 - 3x_2 \leq 5 \\ &-x_2 + 2x_3 \geq 2 \\ &x_1 - x_2 \geq 1 \\ &x_1,\ x_2,\ x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

Dire inoltre se la soluzione $y_1 = 1$, $y_2 = -5/2$ ed $y_3 = 0$ è ottima per il duale del problema dato (dove y_i è la variabile duale associata all'i-esimo vincolo del primale).

Esercizio 3

Risolvere il seguente problema di *PL* sfruttando dualità e risoluzione grafica.

$$\begin{aligned} &\max\ (z = 2x_1 + 3x_2 + 6x_3) \\ &-2x_1 + 3x_3 \leq 1 \\ &x_1 + x_2 + 2x_3 = -2 \\ &x_1,\ x_2,\ x_3 \leq 0 \end{aligned}$$