L&PS – Logic & Philosophy of Science
Vol. XII, No. 1, 2014, pp. 3-39

Testimonianze esperte e probabilità delle ipotesi

Roberto Festa
Dipartimento di Studi Umanistici
Università di Trieste
e-mail: festa@units.it

SOMMARIO. Nella pratica clinica e in quella giudiziaria un importante ruolo viene svolto dalle cosiddette testimonianze esperte, cioè dalle testimonianze degli esperti interpellati da medici e giudici nelle diverse fasi del processo diagnostico e di quello penale. Nella prima parte di questo articolo, introdurremo alcune nozioni fondamentali dell'approccio bayesiano all'epistemologia della testimonianza. Nella seconda parte, mostreremo che tale approccio può far luce sul modo in cui le testimonianze esperte dovrebbero governare la valutazione probabilistica delle ipotesi diagnostiche considerate dai medici e delle ipotesi ricostruttive prospettate nel processo penale.

PAROLE CHIAVE: epistemologia bayesiana, epistemologia della pratica clinica, epistemologia giudiziaria, testimonianza esperta, epistemologia della testimonianza.

L'epistemologia include diverse aree di ricerca, quali l'epistemologia generale, che si occupa dei problemi che si presentano in relazione a qualsiasi forma di conoscenza, e diverse epistemologie speciali, che si interessano ai problemi relativi a specifici campi del sapere. Un'importante epistemologia speciale è la filosofia della scienza che si occupa, ormai da alcuni secoli, dei problemi re-

Published by L&PS – Logic and Philosophy of Science
http://www2.units.it/~episteme – ISSN: 1826-1043

lativi alla natura, all'acquisizione e alla dinamica delle conoscenze scientifiche. Occorre attendere, invece, gli ultimi decenni del Novecento per assistere allo sviluppo di altre, e non meno importanti, epistemologie speciali, rivolte all'analisi di quelle che chiameremo *pratiche esperte*. Due notevoli esempi di pratiche esperte sono la *pratica clinica* e quella *giudiziaria*. Le pratiche esperte sono accomunate da un tratto distintivo: mentre l'acquisizione di nuove conoscenze non rientra tra i loro obiettivi, esse affrontano problemi per la cui soluzione si richiede un ampio ricorso alle più aggiornate conoscenze scientifiche. Tali pratiche vanno quindi distinte sia dalle attività conoscitive tipiche della vita quotidiana – condotte senza alcun ricorso ai risultati della scienza –, sia dalla ricerca scientifica, che è volta all'acquisizione di nuove conoscenze. Ne segue che gli interrogativi affrontati dall'epistemologia delle pratiche esperte sono diversi da quelli affrontati dalla filosofia della scienza. Si consideri, per esempio, la medicina, intesa come il campo teorico-pratico che include le scienze mediche e la pratica clinica. L'epistemologia della medicina comprende due epistemologie speciali, vale a dire la filosofia delle scienze mediche – che, a sua volta, costituisce una branca della filosofia della scienza –, e l'epistemologia della pratica clinica. Mentre la filosofia delle scienze mediche affronta la questione: "in che modo la ricerca medica può acquisire nuove conoscenze?", l'epistemologia della pratica clinica cerca di rispondere all'interrogativo: "in che modo le conoscenze rese disponibili dalle scienze mediche possono essere impiegate nella diagnosi e nella cura dei pazienti?".

In questa sede ci occuperemo di alcuni problemi epistemologici relativi alle due pratiche esperte sopra menzionate – la pratica clinica e quella giudiziaria. Più precisamente, considereremo il ruolo che, entro tali pratiche, viene svolto dalle testimonianze degli esperti, cioè da quelle che, sempre più frequentemente, vengono chiamate *testimonianze esperte*. Affronteremo questo tema dal punto di vista del cosiddetto *approccio bayesiano* alla razionalità, che ha conosciuto un impetuoso sviluppo nel corso del Novecento. Il presupposto fondamentale dell'approccio bayesiano consiste nella tesi che la conoscenza ha carattere probabilistico, cioè che la fiducia che un soggetto nutre nella verità di determinate ipotesi può venire espressa mediante appropriate probabilità. L'approccio bayesiano offre una teoria unitaria della razionalità cognitiva e pratica, cioè della formazione di opinioni e decisioni razionali. Infatti, i bayesiani non si limitano a descrivere la natura probabilistica della conoscenza, ma mostrano anche in che modo le nostre conoscenze, cioè le probabilità che attribuiamo alle ipotesi, possono venire usate nell'attuazione di decisioni razionali volte alla soluzione di problemi pratici. In particolare, i bayesiani ritengono che le probabilità debbano venire usate proprio a partire da quei luoghi, come le corsie degli ospedali e le aule dei tribunali, in cui si prendono decisioni che spesso riguardano questioni di vita e di morte. Non sorprende, quindi, che l'approccio bayesiano venga sempre più ampiamente usato, soprattutto a partire dagli anni Ottanta dello scorso secolo, nell'epistemologia della pratica clinica e giudiziaria, caratterizzate entrambe dalla stretta combinazione di problemi cognitivi e pratici. Infatti, entro tali pratiche, la formazione di opinioni razionali costituisce un obiettivo preliminare in vista dell'attuazione di decisioni razionali. Così, per esempio, la formazione di opinioni diagnostiche razionali è un passaggio necessario all'attuazione di appropriate scelte terapeutiche. Allo stesso modo, nel processo penale, la formazione di opinioni razionali circa le ipotesi prospettate dall'accusa e dalla difesa è un obiettivo preliminare in vista della decisione finale, che può consistere in un verdetto di condanna oppure di assoluzione. Nelle pagine che seguono, concentreremo la nostra attenzione sul modo in cui la teoria bayesiana della razionalità cognitiva può far luce sulla formazione di opinioni razionali nella pratica clinica e giudiziaria, con particolare attenzione per le opinioni che medici e giudici si formano alla luce delle testimonianze esperte. Nel *primo* paragrafo introdurremo alcuni indispensabili elementi di epistemologia bayesiana. Nel *secondo* illustreremo i tratti fondamentali dell'epistemologia bayesiana della testimonianza, cioè dell'approccio bayesiano all'epistemologia della testimonianza. Infine, tale approccio verrà applicato all'analisi delle testimonianze – e, più specificamente, del loro ruolo nella determinazione della probabilità delle ipotesi – nella pratica clinica (*terzo* paragrafo) e giudiziaria (*quarto* paragrafo).

1. Elementi di epistemologia bayesiana

1.1. L'approccio bayesiano alla razionalità cognitiva

Nella comunicazione scientifica, nelle pratiche esperte e anche nella vita quotidiana, si dice che un'ipotesi è probabile quando si hanno buoni motivi per credere che sia vera, pur senza esserne certi. Talvolta si precisa il grado di probabilità di un'ipotesi H dicendo, per esempio, che H è molto probabile, o estremamente probabile. Può anche accadere che si attribuisca un valore quantitativo alla probabilità di H dicendo, per esempio, che la probabilità di H è pari al 99%. L'idea che si possano attribuire precisi valori quantitativi alle probabilità costituisce il nocciolo della teoria delle probabilità.

Consideriamo un insieme di enunciati $\mathbf{Z} \equiv \{A, B, C, ...\}$ tale che: (i) se $\mathbf{Z}$ contiene A, contiene anche la sua negazione $\neg A$; (ii) se $\mathbf{Z}$ contiene A e B, contiene anche la loro congiunzione A & B e la loro disgiunzione $A \vee B$. I tre assiomi fondamentali della teoria della probabilità affermano che una funzione di probabilità $p(\bullet)$ definita su **Z** ha le seguenti proprietà:

(I) $0 \leq p(A) \leq 1$;
(II) Se A è una tautologia, allora $p(A) = 1$;
(III) Se è logicamente impossibile che la congiunzione A & B sia vera, allora $p(A \vee B) = p(A) + p(B)$.

Dagli assiomi (I)-(III) deriva che la probabilità $p(\neg A)$ della negazione di A è data da:

(1) $p(\neg A) = 1 - p(A)$.

Parlando di una corsa di cavalli, potremo formulare le ipotesi $A \equiv$ “Tartaruga vincerà la corsa” e $\neg A \equiv$ “Tartaruga non vincerà la corsa”. A proposito di tali ipotesi, il teorema (1) ci permette di affermare, per esempio, che se la probabilità di A è 0,75, allora la probabilità di $\neg A$ è 0,25. Poiché, in questo caso, la probabilità di A è tre volte la probabilità di $\neg A$, possiamo dire, usando il linguaggio delle scommesse, che A viene *quotato* tre contro uno. Il concetto di *quota* di A – che corrisponde al termine inglese *odds* ed è quindi abitualmente indicato con “$o(A)$” – viene definito come il rapporto tra la probabilità di un enunciato e quella della sua negazione:[1]

(2) $$o(A) \equiv \frac{p(A)}{p(\neg A)} = \frac{p(A)}{1 - p(A)}.$$ [2]

La probabilità $p(A)$ attribuita a un enunciato $A \in \mathbf{Z}$ viene spesso chiamata *probabilità assoluta* di A. Analogamente, la quota $o(A)$ viene chiamata *quota assoluta* di A. Data una coppia ordinata (A, B) di membri di **Z**, la cosiddetta probabilità *condizionata* di A dato B – indicata da “$p(A|B)$” – viene così definita:

(3) Se $p(B) \neq 0$ allora $p(A|B) \equiv \dfrac{p(A \& B)}{p(B)}$.

[1] Il termine “quota” viene usato da diversi autori, tra il quali Mura (2003, p. XXIII).
[2] Si noti che $0 \leq o(A) \leq \propto$.

Possiamo ora introdurre, con una definizione strettamente simile alla (2), il concetto di quota condizionata di A dato B, indicato con "$o(A|B)$":

$$(4) \qquad o(A|B) \equiv \frac{p(A|B)}{p(\neg A|B)} = \frac{p(A|B)}{1 - p(A|B)}.$$

Dagli assiomi (I)-(III) e dalla definizione (3) derivano due semplici teoremi di cui faremo uso in seguito:

(5) $p(A|A) = 1$;
(6) $p(\neg A|B) = 1 - p(A|B)$.

Un fondamentale teorema della teoria delle probabilità, noto come teorema di Bayes, concerne le relazioni tra la probabilità condizionata $p(A|B)$ e la probabilità assoluta $p(A)$. La più semplice versione del teorema è la seguente:

$$(7) \qquad p(A|B) = p(A) \times \frac{p(B|A)}{p(B)}.$$

Un'altra versione del teorema di Bayes – di cui faremo ampio uso nel seguito – viene formulata in termini di quote:

$$(8) \qquad o(A|B) = o(A) \times \frac{p(B|A)}{p(B|\neg A)}.$$

Il rapporto $p(B|A)/p(B|\neg A)$, che appare nel termine destro dell'uguaglianza (8), viene abitualmente chiamato *rapporto di verosimiglianza* (*likelihood ratio*) di A rispetto a B, e indicato con "$L(A,B)$". Questa notazione ci consente di riformulare (8) nel seguente modo:

$$(9) \qquad o(A|B) = o(A) \times L(A,B).$$

La teoria delle probabilità rappresenta, per così dire, il nocciolo matematico dell'approccio bayesiano alla razionalità.[3] Infatti, il principio fondamentale

[3] Per una dettagliata esposizione dell'approccio bayesiano alla razionalità si veda Festa (1996).

dell'approccio bayesiano – che potremmo chiamare principio di *conformità probabilistica*; in breve: (CP) – può venire così formulato:

(CP) In qualunque istante t, i gradi di credenza $p(A)$, $p(B)$, $p(C)$, ..., che esprimono le opinioni di un soggetto razionale X circa un insieme di enunciati $\mathbf{Z} \equiv \{A, B, C, ...\}$, sono probabilità, cioè obbediscono agli assiomi (I)-(III).

Le probabilità $p(A)$, $p(B)$, $p(C)$, ..., che esprimono le opinioni di un soggetto razionale vengono spesso chiamate probabilità *epistemiche*. Va osservato che (CP) è un principio *statico*, poiché non pone alcun limite alla *cinematica delle opinioni*, cioè alla variabilità temporale delle probabilità epistemiche che un soggetto razionale può attribuire, in momenti diversi, agli enunciati di **Z**. Tuttavia, i bayesiani ritengono che la cinematica delle opinioni debba venire regolata da appropriati principi. Date due funzioni di probabilità $p(\cdot)$ e $p_n(\cdot)$, definite su **Z**, che esprimono, rispettivamente, le "vecchie" opinioni di un soggetto razionale X nell'istante t e le sue "nuove" opinioni in un successivo istante t', il passaggio da $p(\cdot)$ a $p_n(\cdot)$ deve essere effettuato, secondo i bayesiani, in accordo con un principio cinematico noto come principio di *condizionalizzazione* – in breve: (Co) – che può venire così formulato:

(Co) Se le uniche informazioni acquisite da X fra gli istanti t e t' sono costituite dall'accertamento dell'enunciato $E \in \mathbf{Z}$ allora, per qualunque enunciato $H \in \mathbf{Z}$, la vecchia probabilità assoluta $p(H)$ deve essere sostituita con una nuova probabilità assoluta $p_n(H)$ determinata in accordo con la seguente *regola di condizionalizzazione* (RC):

(RC) $p_n(H) = p(H|E)$.

Risulta spesso naturale considerare l'istante t, in cui viene assegnata la vecchia probabilità $p(H)$, come l'istante iniziale di un'indagine e l'istante t', in cui viene assegnata la nuova probabilità $p(H|E)$, come l'istante finale dell'indagine. Di conseguenza, $p(H)$ e $p(H|E)$ vengono spesso chiamate, rispettivamente, probabilità *iniziale* e probabilità *finale* di H. Occorre notare che l'ambito di applicazione di (Co) è piuttosto ristretto. Infatti (Co) si applica solo ai casi in cui l'aggiornamento della vecchia funzione di probabilità $p(\cdot)$ viene effettuato in risposta all'acquisizione di un'*evidenza certa*, cioè in risposta all'accertamento di un enunciato $E \in \mathbf{Z}$. Tuttavia, (Co) non dice nulla su come un soggetto razionale dovrebbe aggiornare la sua vecchia funzione di probabilità $p(\cdot)$ nelle situazioni, tutt'altro che insolite, in cui viene acquisita un'evidenza che non presenta alcun carattere di certezza.

La ricerca epistemologica ha individuato molti tipi di evidenza incerta tra i quali, ai nostri fini, basterà considerarne uno, cioè l'evidenza ambigua. Un soggetto X acquisisce un'*evidenza ambigua* $p_n(E)$ circa la coppia di enunciati E e $\neg E$ quando si verificano le seguenti condizioni: (i) le sue vecchie probabilità $p(E)$ e $p(\neg E)$ $(= 1 - p(E))$ vengono sostituite da nuove probabilità $p_n(E)$ e $p_n(\neg E)$ $(= 1 - p_n(E))$, entrambe diverse dai valori estremi 1 e 0, (ii) tale sostituzione viene effettuata in *risposta diretta* a determinati input sensoriali o a informazioni di altro genere acquisite da X. Le evidenze ambigue vengono spesso ottenute nelle cosiddette *osservazioni a lume di candela*, che possiamo illustrare con il seguente esempio.

ESEMPIO 1. ROSE INTRAVISTE ALLA LUCE DI UNA CANDELA. Tornando a casa tardi dal lavoro, Xavier trova sul tavolo del salotto, illuminato dalla sola luce di una candela, un mazzo di rose, ma non riesce a distinguere con certezza il loro colore. Potrebbe tuttavia accadere che, in risposta alla sua osservazione a lume di candela, egli sia in grado di attribuire all'enunciato $E \equiv$ "Le rose sul tavolo del salotto sono rosse" una nuova probabilità $p_n(E) = 2/3$.

Fino a pochi decenni or sono, i bayesiani non avrebbero saputo dare alcuna indicazione su come un soggetto razionale dovrebbe aggiornare le proprie probabilità in risposta a evidenze ambigue. Ai nostri giorni, invece, molti bayesiani sarebbero pronti ad affermare – sulla scia di Richard Jeffrey (1965/1983)[4] – che tale aggiornamento dovrebbe essere effettuato sulla base del seguente principio cinematico, noto come principio di *condizionalizzazione generalizzata* – in breve (CoG):

(CoG) Se le uniche informazioni acquisite da X fra gli istanti t e t' sono costituite dall'evidenza ambigua $p_n(E)$ allora, per qualunque enunciato $H \in \mathbf{Z}$, la vecchia probabilità assoluta $p(H)$ deve essere sostituita con una nuova probabilità assoluta $p_n(H)$ determinata in accordo con la seguente *regola di condizionalizzazione generalizzata* (RCG):

(RCG) $p_n(H) = p(H|E) \times p_n(E) + p(H|\neg E) \times p_n(\neg E)$.[5]

[4] Si veda anche Jeffrey (1992; 2004).

[5] La regola (RCG) identifica la nuova probabilità assoluta $p_n(H)$ con la media ponderata delle vecchie probabilità condizionate $p(H|E)$ e $p(H|\neg E)$, ove i pesi sono dati, rispettivamente,

1.2. Conferma delle ipotesi

Supponiamo che, in risposta a una nuova evidenza, un soggetto X aggiorni le sue probabilità sulla base di appropriati principi cinematici. Converrà denominare la nuova evidenza acquisita da X – non importa, per il momento, precisare se si tratta di evidenza certa o incerta – con "Ev". Se concentriamo l'attenzione su una determinata ipotesi H e confrontiamo la vecchia probabilità $p(H)$ con la nuova probabilità $p_n(H)$, che X attribuisce ad H in risposta a Ev, possiamo valutare l'impatto che Ev ha avuto sulla fiducia di X nella verità di H. A tale scopo viene comunemente usata la nozione *qualitativa* di conferma, che viene così definita:

(10) Ev conferma $H \equiv p_n(H) > p(H)$.

Secondo la (10), Ev conferma H nel caso in cui $p_n(H)$ è maggiore di $p(H)$, cioè nel caso in cui, in risposta a Ev, X accresce la sua fiducia nella verità di H. Le intuizioni alla base di (10) hanno suggerito anche l'introduzione di svariate nozioni *quantitative* di conferma. In particolare, le cosiddette misure *incrementali* di conferma identificano il grado di conferma di H da parte di Ev con una determinata quantità $c(H,Ev)$ che dipende solo da $p(H)$ e $p_n(H)$ e, per qualsiasi valore di $p(H)$, cresce al crescere di $p_n(H)$. Una semplice misura incrementale è data dal rapporto $p_n(H)/p(H)$ tra nuova e vecchia probabilità di H. Un'altra misura incrementale, nota come *fattore di Bayes*, è data dal rapporto fra la nuova quota $o_n(H)$ – definita, nel modo usuale, come $o_n(H) \equiv p_n(H)/(1 - p_n(H))$ – e la vecchia quota $o(H)$:

(11) $$c_B(H,Ev) = \frac{o_n(H)}{o(H)}.$$ [6]

È interessante notare che $c_B(H,Ev)$ è connessa alla nozione qualitativa di conferma (10) dalla seguente relazione:

da $p_n(E)$ e $p_n(\neg E)$. La recente ricerca epistemologica ha messo in luce che le evidenze ambigue sopra descritte non sono l'unico genere di evidenza incerta che un soggetto può acquisire. Di conseguenza, i principi cinematici (Co) e (CoG) – applicabili, rispettivamente, alle evidenze certe e ambigue –, devono essere integrati da ulteriori principi cinematici, in grado di indicare come si dovrebbero aggiornare le proprie probabilità in risposta a svariati tipi di evidenze incerte. A questo riguardo si veda Festa (1996, cap. 4).

[6] Si noti che $0 \leq c_B(H,Ev) \leq \propto$.

(12) Ev conferma H se e solo se $c_B(H,Ev) > 1$.

Ai nostri fini è di particolare interesse considerare l'applicazione del fattore di Bayes $c_B(H,Ev)$ nel caso particolare in cui la nuova evidenza Ev acquisita da X è costituita da un'evidenza certa E. In tal caso la nuova probabilità $p_n(H)$ di X dovrà essere determinata applicando il principio cinematico (Co) che richiede di porre $p_n(H) = p(H|E)$. Ciò equivale a porre $o_n(H) = o(H|E)$, cioè a identificare la nuova quota $o_n(H)$ di X con la sua vecchia quota condizionata $o(H|E)$. Dalla definizione (11) e dall'uguaglianza $o_n(H) = o(H|E)$ segue che la conferma $c_B(H,E)$ apportata ad H da E è data da:

(13) $$c_B(H,E) = \frac{o(H|E)}{o(H)}.$$

Le uguaglianze (8) e (9), che esprimono il teorema di Bayes in termini di quote, ci dicono che $o(H|E) = o(H) \times L(H,E) = o(H) \times p(E|H)/p(E|\neg H)$. Ne segue che $o(H|E)/o(H) = L(H,E) \equiv p(E|H)/p(E|\neg H)$ e quindi, in base alla (13), che:

(14) $$c_B(H,E) = L(H,E) = \frac{p(E|H)}{p(E|\neg H)}.$$

La formula (14) ci dice che il grado di conferma $c_B(H,E)$ è identico al rapporto di verosimiglianza $L(H,E) \equiv p(E|H)/p(E|\neg H)$, cioè al rapporto tra la probabilità di E alla luce di H e la probabilità di E alla luce di $\neg H$. L'uguaglianza $c_B(H,E) = L(H,E)$ ci permette di riformulare nel seguente modo il teorema di Bayes (9) per le quote:

(15) $o(H|E) = o(H) \times c_B(H,E)$.

Il contenuto intuitivo di (15) può venire espresso dicendo che la quota finale di un'ipotesi H alla luce di E è pari al prodotto della sua quota iniziale e del grado di conferma che E apporta ad H.

1.3. Evidenze consonanti, indirette e ambigue

Vedremo ora in che modo le ipotesi possono venire confermate da due tipi di evidenze certe – cioè le evidenze consonanti e quelle indirette – e dalle evidenze ambigue.

Evidenze consonanti. Diremo che E ed E^* sono evidenze *consonanti a favore* dell'ipotesi H se ciascuna di esse conferma H o, equivalentemente, se $c_B(H,E)$, $c_B(H,E^*) > 1$ (vedi (12)). Possiamo ora chiederci a quali condizioni anche la congiunzione E & E^* conferma H, cioè a quali condizioni $c_B(H,E \,\&\, E^*) > 1$. Prima di rispondere a questo interrogativo occorre introdurre il concetto di *separazione*.

Ciascuna delle coppie di enunciati $\mathbf{H} \equiv (H,\neg H)$, $\mathbf{E} \equiv (E,\neg E)$ ed $\mathbf{E^*} \equiv (E^*,\neg E^*)$ costituisce una variabile con due possibili valori: per esempio, i possibili valori di $\mathbf{H}$ sono H e $\neg H$. Diremo allora che:

(16) **H** separa **E*** da **E** se e solo se valgono le seguenti condizioni:

(i) $p(E^*|H \,\&\, E) = p(E^*|H \,\&\, \neg E) = p(E^*|H)$;
(ii) $p(E^*|\neg H \,\&\, E) = p(E^*|\neg H \,\&\, \neg E) = p(E^*|\neg H)$.

Ciò significa che **H** separa **E*** da **E** nel caso in cui la conoscenza del valore di **H** – cioè il fatto di sapere se H è vera o falsa – rende irrilevante l'ulteriore conoscenza del valore di **E** per determinare la probabilità di E^*. Occorre notare che la relazione di separazione è simmetrica nel senso che, se **H** separa **E*** da **E**, allora separa anche **E** da **E***.[7] Si può inoltre dimostrare che (16) equivale alla seguente definizione:

(17) **H** separa **E*** da **E** se e solo se valgono le seguenti condizioni:

(i) $p(E \,\&\, E^*|H) = p(E|H) \times p(E^*|H)$;
(ii) $p(E \,\&\, E^*|\neg H) = p(E|\neg H) \times p(E^*|\neg H)$.

Siamo ora in grado di rispondere all'interrogativo circa le condizioni in cui un'ipotesi H, confermata da ciascuna delle evidenze E ed E^*, viene confermata anche dalla loro congiunzione E & E^*. Infatti segue da (17) e dall'uguaglianza $o(H|E) = o(H) \times c_B(H,E)$ (vedi (15)) che:

(18) Se **H** separa **E*** da **E** allora $c_B(H,E \,\&\, E^*) = c_B(H,E) \times c_B(H,E^*)$.[8]

A sua volta, (18) implica che:

[7] La relazione "**H** separa **E*** da **E**" potrebbe quindi venire espressa, con un'espressione leggermente più lunga ma più precisa, con "**H** separa **E** ed **E*** l'una dall'altra".

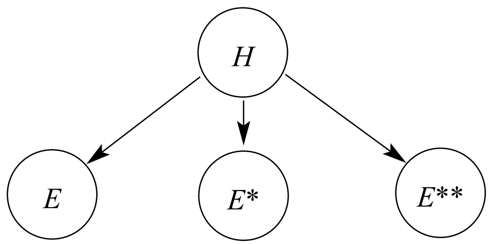
[8] Infatti $c_{or}(H,E \,\&\, E^*) \equiv p(E \,\&\, E^*|H)/p(E \,\&\, E^*|\neg H)$ (per (14)) $= [p(E|H) \times p(E^*|H)]/[p(E|\neg H) \times p(E^*|\neg H)]$ (per (17)) $= c_{or}(H,E) \times c_{or}(H,E^*)$ (per (14)).

(19) Se E ed E^* sono evidenze consonanti a favore di H e, inoltre, **H** separa **E*** da **E**, allora $c_B(H,E \,\&\, E^*) > c_B(H,E),\ c_B(H,E^*) > 1$.

Ciò significa che, se l'antecedente di (19) è vero, allora non solo la congiunzione $E \,\&\, E^*$ conferma H, ma tale conferma è maggiore di quella apportata da ciascuno dei congiunti E ed E^*.

Le nozioni appena illustrate possono venire estese al caso di tre o più evidenze. Per esempio, diremo che E, E^* ed E^{**} sono evidenze consonanti a favore di H se $c_B(H,E),\ c_B(H,E^*),\ c_B(H,E^{**}) > 1$. Con riferimento alle variabili $\mathbf{H} \equiv (H,\neg H)$, $\mathbf{E} \equiv (E,\neg E)$, $\mathbf{E^*} \equiv (E^*,\neg E^*)$ ed $\mathbf{E^{**}} \equiv (E^{**},\neg E^{**})$, possiamo introdurre una naturale generalizzazione del concetto di separazione definito nella (16). Tale generalizzazione può venire illustrata, in termini intuitivi, come segue: **H** separa ciascuna delle variabili **E**, **E***, ed **E**** dalle altre due nel caso in cui, data la conoscenza del valore di **H**, l'ulteriore conoscenza del valore di due delle variabili **E**, **E***, ed **E**** è irrilevante per determinare la probabilità dei possibili valori della terza. Se **H** separa ciascuna delle variabili **E**, **E***, ed **E**** dalle altre due, allora le relazioni tra **H**, **E**, **E***, ed **E**** possono venire rappresentate nella Figura 1, dove il fatto che **E**, **E***, ed **E**** non siano direttamente collegate fra loro da alcuna freccia significa che **H** le separa l'una dalle altre:[9]

FIG. 1: Rete bayesiana con connessioni divergenti



Possiamo ora generalizzare i teoremi (18) e (19) al caso di tre evidenze consonanti:

(20) Se **H** separa ciascuna delle variabili **E**, **E*** ed **E**** dalle altre due, allora $c_B(H,E \,\&\, E^* \,\&\, E^{**}) = c_B(H,E) \times c_B(H,E^*) \times c_B(H,E^{**})$.

(21) Se E, E^* ed E^{**} sono evidenze consonanti a favore di H e, inoltre, **H** separa ciascuna delle variabili **E**, **E*** ed **E**** dalle altre due, allora $c_B(H,E \,\&\, E^* \,\&\, E^{**}) > c_B(H,E),\ c_B(H,E^*),\ c_B(H,E^{**}) > 1$.

[9] Il lettore che ha qualche familiarità con le reti bayesiane si sarà accorto che la Figura 1 è un esempio di rete bayesiana con connessioni divergenti: cfr. Taroni *et al*. (2006, p. 40).

Evidenze indirette. La nozione di evidenza indiretta può venire illustrata con il seguente esempio.

ESEMPIO 2. EVIDENZA INDIRETTA SULLA PRESENZA DEL NOTO PIROMANE FUEGO. Xavier vede del fumo uscire dalla boscaglia. Questa osservazione (E^*) conferma l'enunciato E il quale afferma che c'è un incendio nella boscaglia. A sua volta E conferma l'ipotesi H che da quelle parti è passato il noto piromane Fuego. Poiché E^* conferma E che, a sua volta, conferma H, diremo che E^* è un'*evidenza indiretta* a favore di H.

Nell'Esempio 2 le nostre intuizioni suggeriscono che H viene confermata dall'evidenza indiretta E^*. Tuttavia vi sono molti altri casi in cui E^* conferma E ed E conferma H, ma E^* *non* conferma H. Ciò significa che il principio di transitività della conferma non è universalmente applicabile.[10] Dobbiamo quindi chiederci a quali condizioni un'ipotesi viene confermata da un'evidenza indiretta a suo favore. Come vedremo qui sotto, il concetto di separazione, definito nella (16), ci consente di rispondere a questo interrogativo.

Date le variabili $\mathbf{H} \equiv (H,\neg H)$, $\mathbf{E} \equiv (E,\neg E)$ ed $\mathbf{E^*} \equiv (E^*,\neg E^*)$, si può dimostrare che:

(22) Se $\mathbf{E}$ separa $\mathbf{E^*}$ da $\mathbf{H}$, allora $p(H|E^*)$ è data da:

$$p(H|E^*) = p(H|E) \times p(E|E^*) + p(H|\neg E) \times p(\neg E|E^*).$$

Il teorema (22) ci mostra che, nel caso in cui $\mathbf{E}$ separa $\mathbf{E^*}$ da $\mathbf{H}$, $p(H|E^*)$ può venire calcolata sulla base delle probabilità $p(H|E)$, $p(H|\neg E)$ e $p(E|E^*)$.[11] Un'interessante conseguenza di (22) è la seguente:

(23) Se E^* conferma E ed E conferma H e, inoltre, $\mathbf{E}$ separa $\mathbf{E^*}$ da $\mathbf{H}$, allora $c_B(H,E) \geq c_B(H,E^*) > 1$.

Ciò significa che, se l'antecedente di (23) è vero, allora l'evidenza indiretta E^* conferma H, anche se – proprio come ci aspetteremmo – la conferma apporta-

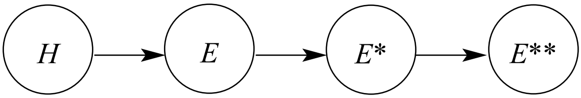
[10] Un esempio nel quale la conferma non sembra affatto transitiva è il seguente. Dati gli enunciati $E^* \equiv$ "Giovanni è stato accoltellato", $E \equiv$ "Giovanni è morto" e $H \equiv$ "Giovanni ha avuto un ictus", si può facilmente ammettere che E^* conferma E ed E conferma H, mentre E^* non conferma H.

[11] Non abbiamo menzionato la probabilità $p(\neg E|E^*)$, che appare nella (22), poiché il suo valore è determinato da quello di $p(E|E^*)$; infatti, segue da (1) che $p(\neg E|E^*) = 1 - p(E|E^*)$.

ta da E^* ad H non supera quella che viene apportata ad H dall'evidenza "diretta" E.

La nozione di evidenza indiretta può venire generalizzata al caso in cui un enunciato E^{**} conferma un'ipotesi H attraverso una catena formata da due o più anelli intermedi. Per esempio, date le variabili $\mathbf{H} \equiv (H,\neg H)$, $\mathbf{E} \equiv (E,\neg E)$, $\mathbf{E^*} \equiv (E^*,\neg E^*)$ ed $\mathbf{E^{**}} \equiv (E^{**},\neg E^{**})$, possiamo considerare il caso – rappresentato nella Figura 2 – in cui $\mathbf{E^*}$ separa $\mathbf{E^{**}}$ da $\mathbf{E}$ ed $\mathbf{E}$ separa $\mathbf{E^*}$ da $\mathbf{H}$.[12]

FIG. 2: Rete bayesiana con connessioni seriali



Si può dimostrare che in questo caso vale anche la seguente relazione di separazione: $\mathbf{E}$ separa $\mathbf{E^{**}}$ da $\mathbf{H}$. Varrà quindi, per il teorema (22), l'uguaglianza:

(24) $p(H|E^{**}) = p(H|E) \times p(E|E^{**}) + p(H|\neg E) \times p(\neg E|E^{**})$.

Il teorema (24) ci mostra che $p(H|E^{**})$ può venire determinata sulla base delle probabilità $p(H|E)$, $p(H|\neg E)$ e $p(E|E^{**})$.[13] A sua volta l'ultima di queste probabilità, cioè $p(E|E^{**})$, può venire facilmente determinata sulla base di $p(E|E^*)$, $p(E|\neg E^*)$ e $p(E^*|E^{**})$; infatti, poiché abbiamo supposto che $\mathbf{E^*}$ separa $\mathbf{E^{**}}$ da $\mathbf{E}$, il teorema (22) ci permette di ottenere l'uguaglianza:

(25) $p(E|E^{**}) = p(E|E^*) \times p(E^*|E^{**}) + p(E|\neg E^*) \times p(\neg E|{*}E^{**})$.

Le uguaglianze (24) e (25) ci mostrano che $p(H|E^{**})$ può venire determinata sulla base delle probabilità $p(H|E)$, $p(H|\neg E)$, $p(E|E^*)$, $p(E|\neg E^*)$ e $p(E^*|E^{**})$. Tali uguaglianze consentono, inoltre, di dimostrare la seguente, del tutto naturale, generalizzazione di (23):

(26) Se E^{**} conferma E^*, E^* conferma E ed E conferma H e, inoltre, $\mathbf{E^*}$ separa $\mathbf{E^{**}}$ da $\mathbf{E}$ ed $\mathbf{E}$ separa $\mathbf{E^*}$ da $\mathbf{H}$, allora $c_B(H,E) \geq c_B(H,E^*) \geq c_B(H,E^{**}) > 1$.

[12] Il lettore che ha qualche familiarità con le reti bayesiane si sarà accorto che la Figura 1 è un esempio di rete bayesiana con connessioni seriali: cfr. Taroni *et al*. (2006, p. 40).

[13] Non abbiamo menzionato la probabilità $p(\neg E|E^*)$, che appare nella (24), poiché il suo valore è determinato dall'uguaglianza $p(\neg E^*|E^{**}) = 1 - p(E^*|E^{**})$ (vedi (6)).

Evidenze ambigue. Vediamo ora in che modo le ipotesi possono venire confermate dalle evidenze ambigue. Supponiamo che la nuova evidenza *Ev* acquisita da X sia costituita dall'evidenza ambigua $p_n(E)$. In tal caso la nuova probabilità $p_n(H)$ che X dovrebbe attribuire all'ipotesi H dovrà essere determinata applicando il principio cinematico (CoG) che richiede di porre $p_n(H) = p(H|E) \times p_n(E) + p(H|\neg E) \times p_n(\neg E)$. Per stabilire se $p_n(E)$ conferma una determinata ipotesi H – cioè se $p_n(H) > p(H)$ –, occorre confrontare la nuova probabilità $p_n(H)$ con la vecchia probabilità $p(H)$. In particolare, ai nostri fini è interessante notare che dalla definizione (10) segue che $p_n(E)$ conferma E se e solo se $p_n(E) > p(E)$. Dobbiamo ora chiederci, più in generale, a quali condizioni un'ipotesi H viene confermata da $p_n(E)$. Una risposta a questo interrogativo viene fornita dal seguente teorema:

(27) Se $p_n(E)$ conferma E ed E conferma H, allora $c_B(H,E) > c_B(E,p_n(E)) > 1$.[14]

Ciò significa che, se l'antecedente di (27) è vero, allora $p_n(E)$ conferma H, anche se – proprio come ci aspetteremmo – la conferma apportata ad H dall'evidenza ambigua $p_n(E)$ è inferiore quella apportata dall'evidenza certa E.

2. Epistemologia bayesiana della testimonianza

2.1. Come la probabilità delle ipotesi dipende dall'attendibilità delle testimonianze

Diciamo che una persona testimonia un enunciato H quando esprime la propria credenza nella verità di H. Possiamo intendere "testimonianza" in un senso abbastanza ampio da includere non solo le testimonianze nelle quali ci imbattiamo nella vita quotidiana, ma anche le testimonianze scritte, le notizie apparse sui giornali e altri media, e così via. Crediamo nella verità di un enunciato H sulla base di una testimonianza ogni volta che la nostra fiducia in H si basa, in qualche modo, sul fatto che qualcuno testimonia H. Sarebbe difficile sottovalutare il ruolo della testimonianza per l'acquisizione delle nostre conoscenze. Ci basiamo sulla testimonianza non solo per le conoscenze necessarie alla vita di ogni giorno – per esempio, per sapere dove si trova il calzolaio più vicino al nostro albergo –, ma anche per l'acquisizione delle conoscenze scientifiche. Infatti gli scienziati formano le loro conoscenze di base attraverso le te-

[14] Vedi Crupi, Festa e Mastropasqua (2008).

stimonianze di insegnanti e manuali e, successivamente, vengono informati dei risultati sperimentali ottenuti nei laboratori di tutto il mondo dalle testimonianze degli sperimentatori, riportate in articoli di riviste scientifiche. Non deve quindi stupire che la testimonianza sia stata tradizionalmente considerata come una delle fonti della conoscenza. È invece piuttosto sorprendente che, almeno fino alla metà del secolo scorso, il ruolo epistemico della testimonianza non sia stato fatto oggetto di alcuna analisi approfondita.[15] Tuttavia, negli ultimi trent'anni la situazione è rapidamente cambiata, cosicché possiamo oggi disporre di una vasta letteratura sull'epistemologia della testimonianza.[16] Le recenti ricerche sul tema sono state condotte sia nell'ambito dell'epistemologia generale sia in quello dell'epistemologia delle pratiche esperte e, in particolare, dell'epistemologia della pratica giudiziaria. Molte fra queste ricerche sono state effettuate nella prospettiva dell'approccio bayesiano.

L'analisi bayesiana della testimonianza deve mostrare come essa contribuisca a determinare i nostri gradi di credenza in determinati enunciati.[17] Le testimonianze possono apparirci più o meno attendibili cosicché, di fronte a una testimonianza relativa all'ipotesi H, il nostro grado di credenza in H verrà necessariamente influenzato dalla nostra valutazione dell'attendibilità di tale testimonianza. Indichiamo con "$T(H)$" la testimonianza con la quale un individuo T esprime la propria credenza nella verità di H, con "$A(T(H))$" un'appropriata misura dell'attendibilità che un soggetto razionale X attribuisce a $T(H)$ e, infine, con "$p(H|T(H))$" la probabilità che X deve attribuire ad H alla luce di $T(H)$.

Diversi autori hanno definito $A(T(H))$ come il rapporto tra la probabilità che T testimoni H nel caso in cui H è vera e la probabilità che testimoni H nel caso in cui è falsa:[18]

---

[15] Dopo essere stata, per circa duemila anni, la Cenerentola dell'epistemologia, la testimonianza entrò nell'esclusivo club dei problemi filosofici "rispettabili" attorno alla metà del Settecento, grazie all'opera di David Hume (1748, cap. X) e Thomas Reid (1764), i quali delinearono due diverse concezioni del ruolo della testimonianza nella formazione e giustificazione delle nostre conoscenze. Tuttavia le loro tesi sull'argomento non suscitarono particolare interesse tra i loro contemporanei e non riuscirono a stimolare, neppure nei due secoli successivi, alcuna indagine sistematica. Sulle vicissitudini, e la scarsa fortuna, dell'epistemologia della testimonianza nella storia del pensiero filosofico, si veda Vassallo (2003, pp. 24-32).

[16] Due corpose monografie sulla natura e il ruolo epistemico della testimonianza si devono a Coady (1992) e Shapin (1994). Si vedano anche la raccolta di saggi curata da Lackey e Sosa (2006) e le eccellenti rassegne di Adler (2008) e Kusch e Lipton (2002).

[17] Su tale argomento si vedano Goldman (1999, cap. 4.2-4.4) ed Earman (2000).

[18] Questa definizione di attendibilità è stata adottata sia nell'ambito dell'epistemologia generale (si vedano, fra gli altri, Goldman 1999 ed Earman 2000) sia in quello dell'epistemologia giudiziaria (si vedano, fra gli altri, Dawid 1987 e Mura 2004).

$$(28) \quad A(T(H)) \equiv \frac{p(T(H)|H)}{p(T(H)|\neg H)} \equiv L(H,T(H)).$$

Dalla definizione (28), assieme ai teoremi (14) e (15), segue che l'attendibilità di $T(H)$ è uguale alla conferma che $T(H)$ apporta ad H:

$$(29) \quad A(T(H)) = c_B(H,T(H)) = \frac{o(H|T(H))}{o(T(H))}\ .$$

Il teorema (29) suggerisce, fra l'altro, una naturale definizione del concetto qualitativo di *testimonianza attendibile*. Possiamo infatti dire che:

(30) $T(H)$ è attendibile nel caso in cui $A(T(H)) = c_B(H,T(H)) > 1$,

cioè nel caso in cui $T(H)$ conferma H. Dalle uguaglianze (29) e (15) segue che la quota finale di H alla luce di $T(H)$ è pari alla sua quota iniziale moltiplicata per l'attendibilità di $T(H)$:

$$(31) \quad o(H|T(H)) = o(H) \times c_B(H,T(H)) = o(H) \times A(T(H)).$$

Il contenuto intuitivo di (31) può venire espresso dicendo, in pieno accordo con le nostre intuizioni, che la fiducia di X nella verità di H, alla luce di $T(H)$, cresce al crescere della sua fiducia iniziale nella verità di H e dell'attendibilità da lui attribuita a $T(H)$.

2.2. Testimonianze consonanti, indirette e conflittuali

La testimonianza $T(H)$ con la quale un individuo T esprime la propria credenza nella verità di H può essere vista come una testimonianza "diretta" a favore di H, nel senso che essa riguarda direttamente H. Vedremo ora che un'ipotesi può venire confermata anche da appropriate combinazioni di testimonianze dirette, oppure da una testimonianza indiretta, relativa a un enunciato che a sua volta conferma H.

Testimonianze consonanti. Supponiamo che due testimoni T e T^* affermino di credere nella verità di H. Se le loro testimonianze $T(H)$ e $T^*(H)$ sono attendibili, cioè se entrambe confermano H (vedi (30)), diremo che sono *testimo-*

nianze consonanti a favore di H. Tali testimonianze costituiscono evidenze consonanti a favore di H, nel senso illustrato all'inizio del paragrafo 1.3. Inoltre, applicando la definizione (16) alle coppie di enunciati $\mathbf{H} \equiv (H,\neg H)$, $\mathbf{T(H)} \equiv (T(H),\neg T(H))$ e $\mathbf{T^*(H)} \equiv (T^*(H),\neg T^*(H))$, possiamo dire che:

(32) **H** separa **T*(H)** da **T(H)** se e solo se valgono le condizioni:

(i) $p(T^*(H)|H \,\&\, T(H)) = p(T^*(H)|H \,\&\, \neg T(H)) = p(T^*(H)|H)$;
(ii) $p(T^*(H)|\neg H \,\&\, T(H)) = p(T^*(H)|\neg H \,\&\, \neg T(H)) = p(T^*(H)|\neg H)$.

Ciò significa che **H** separa **T*(H)** da **T(H)** nel caso in cui la conoscenza del valore di **H**, cioè il fatto di sapere se H è vera o falsa, rende irrilevante l'ulteriore conoscenza del valore di **T(H)** – cioè del fatto che T abbia testimoniato, oppure no, H –, per determinare la probabilità che T^* testimoni H.

Se T e T^* hanno fornito le testimonianze $T(H)$ e $T^*(H)$ e, inoltre, **H** separa **T*(H)** da **T(H)**, diremo che $T(H)$ e $T^*(H)$ sono *testimonianze indipendenti a favore* di H. Dai teoremi (18), (19) e (29) segue che:

(33) Se $T(H)$ e $T^*(H)$ sono testimonianze indipendenti a favore di H, allora $c_B(H,T(H) \,\&\, T^*(H)) = c_B(H,T(H)) \times c_B(H,T^*(H)) = A(T(H)) \times A(T^*(H))$.

(34) Se $T(H)$ e $T^*(H)$ sono testimonianze indipendenti e consonanti a favore di H, allora $c_B(H,T(H) \,\&\, T^*(H)) > c_B(H,T(H)), c_B(H,T^*(H)) > 1$.

Il teorema (33) afferma che la conferma apportata ad H dalla congiunzione delle testimonianze indipendenti $T(H)$ e $T^*(H)$ è pari al prodotto dei gradi di attendibilità di tali testimonianze. Il teorema (34) afferma, invece, che la conferma apportata ad H dalla congiunzione delle testimonianze indipendenti e consonanti $T(H)$ e $T^*(H)$ è maggiore di quella apportata da ciascuna di esse presa isolatamente.

Testimonianze indirette. Nel paragrafo 1.3 abbiamo introdotto la nozione di evidenza indiretta: E^* è un'evidenza indiretta a favore dell'ipotesi H nel caso in cui E^* conferma un enunciato E che a sua volta conferma H. Abbiamo poi dimostrato (vedi (23)) che, se E^* è un'evidenza indiretta a favore di H e, inoltre, $\mathbf{E} \equiv (E,\neg E)$ separa $\mathbf{E^*} \equiv (E^*,\neg E^*)$ da $\mathbf{H} \equiv (H,\neg H)$, allora E^* conferma H, anche se in misura minore dell'evidenza diretta E.

In molti casi, data un'evidenza diretta E che conferma H, un'evidenza indiretta a favore di H è costituita da una testimonianza attendibile $T(E)$, cioè da una testimonianza che conferma E. In tal caso, è naturale parlare di *testimonianza indiretta a favore* di H. Se vale la condizione – del tutto plausibile nella maggior parte delle testimonianze acquisite nella vita quotidiana[19] – che $\mathbf{E} \equiv (E,\neg E)$ separa $\mathbf{T(E)} \equiv (T(E),\neg T(E))$ da $\mathbf{H} \equiv (H,\neg H)$, allora $T(E)$ confermerà H. Questa possibilità viene bene illustrata dalla seguente versione, leggermente modificata, dell'Esempio 2.

Esempio 3. Testimonianza indiretta sulla presenza del noto piromane Fuego. Parlando con Forestale (in simboli: T), Xavier riceve la testimonianza $T(E)$ secondo la quale si è appena sviluppato un incendio nella boscaglia (E). L'enunciato E conferma l'ipotesi H che da quelle parti è passato il noto piromane Fuego. Se $T(E)$ è attendibile allora conferma E ed è, quindi, una testimonianza indiretta a favore di H. Un attimo di riflessione basterà a convincerci che $\mathbf{E}$ separa $\mathbf{T(E)}$ da $\mathbf{H}$. Possiamo quindi concludere – grazie al teorema (23) – che $T(E)$ conferma H.

Testimonianze conflittuali. Vedremo ora che certi tipi di testimonianze conflittuali possono venire intese come particolari forme di evidenze ambigue. Questa possibilità viene illustrata nel seguente esempio.

Esempio 4. Testimonianze esperte conflittuali di due spie in Corea del Nord. Xavier ha due spie in Corea del Nord, che chiameremo T e T^*. Agli inizi del gennaio 2016 Xavier chiede a entrambe un parere circa l'eventualità E che quello stato riuscirà a completare il suo impianto missilistico segreto entro l'anno. Dopo un mese arrivano contemporaneamente sul tavolo di Xavier gli opposti pareri di T e T^*: il primo crede che E si realizzerà, il secondo che non si realizzerà. Possiamo considerare i pareri $T(E)$ e $T^*(\neg E)$, forniti da T e T^*, come *testimonianze esperte conflittuali*. In base alla sua valutazione della competenza di T e T^*, quale emerge dalla loro carriera di spie, Xavier ritiene che T sia due volte più competente di T^*, cosicché attribuisce alla testimonianza $T(E)$ un peso doppio di quello attribuito a $T^*(\neg E)$. Di conseguenza, aggiorna le sue vecchie probabilità $p(E)$ e $p(\neg E)$ in modo tale che la nuova probabilità $p_n(E)$ sia il doppio di $p_n(\neg E)$; pone quindi $p_n(E) = 2/3$ e $p_n(\neg E) = 1/3$. Xavier potrà poi usare l'evidenza ambigua $p_n(E) = 2/3$ per determinare, in accordo con il principio cinematico (CoG), la nuova probabilità di qualunque ipotesi di suo interesse come, per esempio, l'ipotesi H che la Corea del Nord sia in grado di lanciare missili intercontinentali entro il 2018.

[19] Cfr. Shogenji (2003, p. 615).

Per quanto riguarda la probabilità $p_n(E)$ che Xavier attribuisce ad E in risposta alle informazioni acquisite, l'evidenza ambigua descritta in questo esempio non si differenzia da quella delle rose intraviste alla luce di una candela, descritta nell'Esempio 1: in entrambi i casi, infatti, $p_n(E) = 2/3$. La differenza tra i due esempi consiste, invece, nella fonte di $p_n(E) = 2/3$: mentre nell'Esempio 1 tale probabilità viene ottenuta in risposta a un'osservazione effettuata in condizioni sfavorevoli, nell'Esempio 4 essa viene ottenuta in risposta alle testimonianze conflittuali di due esperti, tra i quali quello che testimonia E è ritenuto due volte più competente di quello che testimonia $\neg E$.

3. Testimonianze esperte e probabilità delle ipotesi nella pratica clinica

Gli studiosi che, in questi ultimi decenni, hanno sviluppato l'approccio bayesiano all'analisi della pratica clinica hanno dedicato molta attenzione all'epistemologia del processo diagnostico.[20] Nell'ambito di tale processo il medico si avvale di testimonianze esperte di diverso genere. In primo luogo opereremo una distinzione tra due tipi di testimonianze esperte, vale a dire le testimonianze strumentali e quelle interpretative (paragrafo 3.1). Successivamente, illustreremo il ruolo delle testimonianze interpretative nella determinazione della probabilità delle ipotesi diagnostiche (paragrafo 3.2).

3.1. Testimonianze esperte nel processo diagnostico

Una parte dell'evidenza usata nel processo diagnostico viene acquisita direttamente dal medico: si pensi, per esempio, alle informazioni ottenute attraverso l'esame obiettivo del paziente. In molti casi, tuttavia, la maggior parte dell'evidenza acquisita dal medico è costituita da *testimonianze esperte*, vale a dire dai responsi forniti da analisti e specialisti di vario genere – quali biologi, tossicologi, radiologi, genetisti, biologi molecolari e così via –, in seguito all'effettuazione di test diagnostici. Per esempio, il responso dell'analista che comunica al medico che il suo paziente rivela una copremia positiva può venire inteso come una testimonianza esperta. Le testimonianze esperte fornite in seguito all'effettuazione di test diagnostici si dispongono in una sorta di *conti-*

[20] Si vedano, per esempio, Scandellari (2005) e Weinstein e Fineberg (1980). Ci permettiamo di segnalare anche i contributi di Festa (2004; 2005) e Festa, Buttasi e Crupi (2009) che contengono ampi riferimenti alla recente letteratura sull'argomento.

nuum ai cui estremi si trovano quelle che potremo chiamare *testimonianze strumentali* e *testimonianze interpretative*.

Con "testimonianza strumentale" ci riferiamo al responso che il medico curante riceve da un analista che ha effettuato un test diagnostico il cui risultato è completamente (o quasi) determinato dal funzionamento di determinati dispositivi strumentali. In questi casi il compito dell'analista ha carattere essenzialmente pratico: consiste, cioè, nella corretta effettuazione del test, nell'attenta lettura del risultato rivelato dai dispositivi sperimentali e, infine, nella fedele trascrizione e comunicazione del risultato al medico. Le testimonianze strumentali includono, per esempio, i responsi di test diagnostici volti a stabilire determinati valori numerici – come il dosaggio dei trigliceridi o il numero di globuli rossi –, oppure a determinare la presenza o assenza di determinate caratteristiche, come nel test della copremia, che mira all'identificazione di sangue occulto nelle feci. Con riferimento a test di questo genere ci sembra appropriato parlare di testimonianze strumentali, poiché la testimonianza dell'analista è interamente determinata dalla lettura del *dispositivo strumentale* usato per effettuare il test, lettura che non presenta particolari difficoltà interpretative. Tali difficoltà, al contrario, sono l'aspetto distintivo di quelle che abbiamo chiamato "testimonianze interpretative". Con questo termine ci riferiamo ai casi in cui il responso dell'esperto che ha effettuato il test diagnostico si basa sulla sua *interpretazione* del risultato ottenuto dai dispositivi strumentali. In genere, le testimonianze interpretative vengono fornite in seguito all'effettuazione di test consistenti nell'acquisizione e interpretazione di immagini. Si pensi, per esempio, ai test diagnostici basati sull'interpretazione di immagini al microscopio di frammenti di tessuti, o di immagini fotografiche (quali radiografie, ecografie, risonanze magnetiche e TAC) o, ancora, di tracciati (quali elettrocardiogrammi ed elettroencefalogrammi). In questo genere di test il risultato non è costituito dalle immagini visive in quanto tali, bensì dalle immagini interpretate, cioè dall'opinione dell'analista circa il corretto significato delle immagini. Occorre notare che la maggiore complessità delle testimonianze interpretative, rispetto a quelle strumentali, non dipende tanto dalla sofisticazione della strumentazione usata per effettuare il test, quanto dall'alto grado di competenza e abilità richieste per una corretta interpretazione delle immagini ottenute dal test.[21]

[21] A quanto pare, non tutte le abilità e conoscenze degli esperti che forniscono testimonianze interpretative possono venire espresse in termini espliciti. Esse possono forse venire intese – per usare una celebre espressione di Michael Polanyi (1966) – come una forma di conoscenza tacita.

3.2. Testimonianze esperte e probabilità delle ipotesi diagnostiche

Dopo avere visitato un paziente, il medico si trova spesso a chiedersi se una determinata ipotesi diagnostica H sia corretta, oppure no. Per rispondere a tale interrogativo, può sottoporre il paziente a un test diagnostico. Supponiamo che il responso del test sia E. Allora il medico dovrà aggiornare la vecchia probabilità $p(H)$, attribuita ad H prima dell'effettuazione del test, sostituendola con la nuova probabilità $p(H|E)$. Sembra ragionevole richiedere che entrambe le probabilità – $p(H)$ e $p(H|E)$ – non debbano riflettere semplicemente le opinioni soggettive del medico, ma debbano avere un carattere oggettivo, cioè essere in accordo con le più aggiornate conoscenze acquisite dalle scienze mediche. L'esempio che segue mostra in che modo il medico possa operare una *valutazione oggettiva* sia di $p(H)$ sia di $p(H|E)$.

ESEMPIO 5. LA PROBABILITÀ CHE LA PAZIENTE ABBIA UN CARCINOMA MAMMARIO ALLA LUCE DEL RESPONSO POSITIVO DEL RADIOLOGO. Xavier si trova di fronte una donna di quarant'anni senza sintomi nella quale un esame fisico di controllo ha evidenziato un nodulo al seno. Allo scopo di appurare se il nodulo è maligno, cioè se la paziente ha un cancro al seno, decide di sottoporla al test della mammografia. Un *risultato positivo* di questo test è costituito da un responso in cui il radiologo afferma che l'immagine ottenuta dal test indica che la paziente ha il cancro. La natura complessa e sofisticata dell'attività interpretativa del radiologo ci permette di considerare tale responso come un tipico caso di testimonianza interpretativa. Indicheremo con "C" l'ipotesi che la paziente ha un cancro al seno, con "Pos" un risultato positivo del test e con "$\neg Pos$" un risultato negativo. Se il risultato è positivo, allora Xavier dovrà passare dalla sua vecchia probabilità $p(C)$ alla nuova probabilità $p(C|Pos)$ o, equivalentemente, dalla sua vecchia quota $o(C) \equiv p(C)/(1 - p(C))$ alla nuova quota $o(C|Pos) \equiv p(C|Pos)/(1 - p(C|Pos))$. Dai teoremi (8) e (15) segue che $o(C|Pos)$ è data da:

$$(35) \quad o(C|Pos) = o(C) \times \frac{p(Pos|C)}{p(Pos|\neg C)} = o(C) \times c_B(C,Pos).$$ [22]

[22] Possiamo prendere alla lettera l'idea che un risultato positivo del test della mammografia è costituito da una testimonianza interpretativa del radiologo T. Possiamo, cioè, identificare, Pos con la testimonianza esperta $T(C)$ con la quale T afferma di credere che l'ipotesi C sia vera. Questo implica che $c_B(C,Pos) \equiv p(Pos|C)/p(Pos|\neg C) = p(T(C)|C)/p(T(C)|\neg C) \equiv A(T(C))$, cioè che il grado di conferma $c_B(C,Pos)$ che Pos apporta a C è uguale all'attendibilità di $T(C)$. L'ugua-

Ciò significa che $o(C|Pos)$ può venire determinata a partire dalle probabilità $p(C)$, $p(Pos|C)$ e $p(Pos|\neg C)$. Di tutte e tre queste probabilità Xavier può fornire una valutazione oggettiva, in accordo con le conoscenze acquisite dalle scienze mediche e, più precisamente, con le acquisizioni dell'epidemiologia e dell'epidemiologia clinica. Consideriamo, anzitutto, la probabilità iniziale $p(C)$. La ricerca epidemiologica è giunta alla conclusione che, tra le quarantenni senza sintomi che rivelano un nodulo al seno, una su cento ha il cancro, cioè che la frequenza del cancro è pari all'1%.[23] In assenza di ulteriori informazioni sulla storia clinica della paziente, Xavier dovrà allora attribuire a $p(C)$ un valore basato sulle sole conoscenze epidemiologiche; dovrà cioè attribuire a $p(C)$ un valore pari a 0,01. Equivalentemente, dovrà porre $o(C) \equiv p(C)/(1 - p(C)) = 0{,}01/0{,}99 = 0{,}\overline{01}$. Il carattere oggettivo dei valori così attribuiti a $p(C)$ e $o(C)$ è garantito dal loro accordo con le conoscenze epidemiologiche. Consideriamo ora le probabilità $p(Pos|C)$ e $p(Pos|\neg C)$ e il grado di conferma $c_B(C,Pos) \equiv p(Pos|C)/p(Pos|\neg C)$ che *Pos* apporta a *C*. Le ricerche di epidemiologia clinica hanno consentito di determinare che, su 1000 donne che presentano un cancro al seno, 792 ottengono un risultato positivo al test della mammografia e che, su 1000 donne che non lo presentano, 96 ottengono comunque un risultato (falsamente) positivo. Sulla base di tali conoscenze Xavier dovrà porre $p(Pos|C) = 0{,}792$ e $p(Pos|\neg C) = 0{,}096$; di conseguenza dovrà attribuire a $c_B(C,Pos) \equiv p(Pos|C)/p(Pos|\neg C)$ un valore pari a 8,25.[24] Anche in questo caso, il carattere oggettivo dei valori così attribuiti a $p(Pos|C)$, $p(Pos|\neg C)$ e $c_B(C,Pos)$ è garantito dal loro accordo con conoscenze mediche di sfondo e, più precisamente, con i risultati dell'epidemiologia clinica.

Una volta determinati i valori di $o(C)$ e $c_B(C,Pos)$, l'uguaglianza (35) permetterà di calcolare $o(C|Pos)$, che risulterà approssimativamente pari a 0,083. Tale quota equivale a una probabilità $p(C|Pos)$ approssimativamente pari a 0,08. Ciò significa che, data una mammografia positiva, la probabilità che la paziente abbia un cancro al seno è pari all'incirca all'8%. Poiché, come si è visto, tutte le probabilità usate per determinare la nuova probabilità $p(C|Pos)$ e la corrispondente quota $o(C|Pos) \equiv p(C|Pos)/(1 - p(C|Pos))$ sono state determinate sulla base di valutazioni oggettive – cioè di valutazioni scientificamente ben fondate –, possiamo concludere che $o(C|Pos)$ e $p(C|Pos)$ hanno ca-

glianza $c_B(C,Pos) = A(T(C))$ ci consente di riformulare il teorema (35) nel seguente modo: $o(C|Pos) = o(C) \times A(T(C))$.

[23] Tutti i dati epidemiologici utilizzati in questo esempio provengono da Eddy (1982).

[24] Ciò significa che un risultato positivo della mammografia accresce di più di otto volte la quota iniziale $o(C)$.

rattere oggettivo. In maniera perfettamente analoga possiamo calcolare la probabilità finale $p(C|\neg Pos)$ dell'ipotesi che la paziente abbia un cancro dato un risultato negativo del test: tale probabilità sarà approssimativamente pari a 0,002, cioè al 2‰. Naturalmente anche $p(C|\neg Pos)$ avrà carattere oggettivo.

L'Esempio 5 mostra che si può determinare, in accordo con i risultati dell'epidemiologia clinica, il "valore oggettivo" di $c_B(C,Pos)$. Tale valore ci informa, per così dire, sull'attendibilità media della totalità dei responsi positivi formulati dai radiologi in determinate circostanze – cioè in determinati paesi o sistemi sanitari, con determinate tecnologie, e così via. In mancanza di informazioni specifiche circa lo specifico grado di competenza del radiologo da cui ha ricevuto il responso positivo, Xavier potrà calcolare la probabilità che la sua paziente abbia il cancro in base al presupposto che l'attendibilità del responso positivo da lui ottenuto è identica al valore oggettivo di $c_B(C,Pos)$.[25] Anche se di norma non sono disponibili precisi dati quantitativi sul grado di competenza dei radiologi che operano in una determinata zona, spesso i medici dispongono di informazioni largamente condivise – espresse di solito in forma comparativa – sul loro grado di competenza.[26] Nel prossimo esempio – che ha la stessa struttura cognitiva dell'Esempio 4, relativo alle testimonianze conflittuali di due spie – mostreremo come le informazioni sulla competenza di due radiologi che hanno fornito responsi conflittuali possono venire usate per determinare la probabilità che una paziente abbia il cancro.

ESEMPIO 6. LA PROBABILITÀ CHE LA PAZIENTE ABBIA UN CARCINOMA MAMMARIO ALLA LUCE DEI RESPONSI CONFLITTUALI DI DUE RADIOLOGI. La paziente alla quale Xavier ha prescritto una mammografia si rivolge, per eccesso di scrupolo, a due radiologi, che chiameremo T e T^*, i quali forniscono due responsi conflittuali, il primo positivo e il secondo negativo. Xavier potrebbe interpretare tali responsi come testimonianze esperte conflittuali – che indicheremo con "$T(Pos)$" e "$T^*(\neg Pos)$" – circa il "corretto" risultato del test, cioè circa il responso che verrebbe fornito dalla maggior parte dei radiologi che operano nelle circostanze date. Xavier ritiene che la competenza di T sia due volte maggiore di quella di T^* cosicché attribuisce a $T(Pos)$ un peso doppio di quello attribuito a $T^*(\neg Pos)$. Di conseguenza aggiorna le sue vecchie probabilità $p(Pos)$ e $p(\neg Pos)$ passando alle nuove probabilità $p_n(Pos) = 2/3$ e $p_n(\neg Pos) = 1/3$. Successivamente, Xavier usa l'evidenza ambigua $p_n(Pos) = 2/3$ per determinare,

[25] Si veda la nota 22.

[26] Sulla misurazione della qualità del giudizio esperto, si veda Cooke (1991).

in accordo con il principio cinematico (CoG), la nuova probabilità $p_n(C) = p(C|Pos) \times p_n(Pos) + p(C|\neg Pos) \times p_n(\neg Pos)$ che la paziente abbia il cancro. Tenendo conto del fatto che $p(C|Pos)$ e $p(C|\neg Pos)$ sono approssimativamente uguali a 0,08 e 0,002 (vedi Esempio 5), Xavier conclude che $p_n(C)$ è approssimativamente uguale a 0,04, cioè al 4%.[27]

4. Testimonianze esperte e probabilità dell'ipotesi di colpevolezza nella pratica giudiziaria

Nell'ambito dell'analisi bayesiana della pratica giudiziaria notevole attenzione è stata dedicata alla determinazione della probabilità dell'ipotesi di colpevolezza nel processo penale.[28] In questo paragrafo considereremo la natura della probabilità iniziale e finale dell'ipotesi di colpevolezza e illustreremo il modo in cui la probabilità finale può venire determinata in base a certi tipi di testimonianze indipendenti o indirette (paragrafo 4.1). Successivamente, ci occuperemo della determinazione della probabilità dell'ipotesi di colpevolezza alla luce di testimonianze esperte (paragrafo 4.2).

4.1. Probabilità dell'ipotesi di colpevolezza nel processo penale

La struttura cognitiva del processo penale appare, nei suoi tratti generali, identica a quella del processo diagnostico. Infatti, come l'evidenza acquisita nel processo diagnostico viene usata per determinare la probabilità delle ipotesi diagnostiche, allo stesso modo l'evidenza acquisita nel processo penale viene usata per determinare la probabilità dell'ipotesi di colpevolezza e, più in generale, di tutte le cosiddette ipotesi ricostruttive prospettate nel processo. Possiamo notare, tuttavia, anche alcune notevoli differenze cognitive tra processo diagnostico e penale. Tali differenze, che verranno ora brevemente illustrate, sono connesse alla peculiare natura della probabilità iniziale e finale dell'ipotesi di colpevolezza.

Come si è visto nel paragrafo 3.2, la probabilità iniziale delle ipotesi diagnostiche dovrebbe essere determinata sulla base di valutazioni oggettive, effettua-

---

[27] Sull'uso di evidenze e testimonianze incerte nella pratica clinica, si veda Festa, Buttasi e Crupi (2009).

[28] Si vedano, per esempio, Anderson, Schum e Twining (1991/2005), Dawid (2005), Frosini (2002), Lucy (2005) e Tillers e Green (1988).

te in accordo con i risultati delle scienze mediche. D'altra parte, la natura della probabilità iniziale attribuita all'ipotesi di colpevolezza nel processo penale appare molto diversa. Le conoscenze di un giudice bene informato sui risultati delle scienze forensi, a partire da quelli della sociologia criminale, potrebbero – almeno in linea di principio – consentirgli di operare una valutazione oggettiva della probabilità iniziale $p(C)$ dell'ipotesi di colpevolezza C, prospettata dall'accusa, secondo la quale l'imputato è colpevole: tale valutazione potrebbe venire effettuata, per esempio, sulla base di sesso, età, gruppo etnico e precedenti penali dell'imputato. Tuttavia, questo genere di valutazione non può venire adottato nella pratica giudiziaria dei paesi evoluti, dove entrano in gioco considerazioni extraepistemiche che impongono forti vincoli sulla determinazione di $p(C)$. Ci riferiamo qui al principio della *presunzione di innocenza* – nel seguito: (PI) – il quale afferma che occorre partire dalla supposizione che l'imputato sia innocente. (PI) viene comunemente tradotto in termini bayesiani con la richiesta che il valore di $p(C)$ sia molto basso; a fini illustrativi, possiamo identificare tale richiesta con la condizione che la probabilità iniziale di C sia pari all'uno per mille o, equivalentemente, che la quota iniziale di C sia pari a 1 contro 999:

(PI) $p(C) = 0{,}001$ o, equivalentemente, $o(C) = 1/999 = 0{,}\overline{001}$.[29]

Un principio di decisione giudiziaria ampiamente adottato nei paesi evoluti è quello dell'"*oltre ogni ragionevole dubbio*" – nel seguito: (RD) – il quale afferma che un verdetto di colpevolezza può venire emesso solo se l'evidenza a favore di C è schiacciante.[30] (RD) viene comunemente tradotto in termini bayesiani con la richiesta che un verdetto di colpevolezza possa essere emesso solo a condizione che la probabilità finale di C sia superiore al 99,9% o, equivalentemente, che la quota finale di C sia superiore a 999 contro 1:

(RD) Un verdetto di colpevolezza può venire emesso solo se $p(C|E) \geq 0{,}999$ o, equivalentemente, solo se $o(C,E) \geq 999$.

[29] Si noti che il valore 0,001 qui attribuito a $p(C)$ ha significato puramente indicativo e dovrebbe, in molti casi, essere sostituito da un valore ancora più basso. Secondo alcuni autori $p(C)$ dovrebbe essere identificato con la probabilità che il crimine sia stato commesso da un membro qualunque della "popolazione rilevante" cui appartiene l'imputato, cioè del gruppo di persone che, in linea di principio, potrebbero avere commesso il crimine. Se, per esempio, vi sono dieci milioni di persone che, in linea di principio, avrebbero potuto commettere il crimine, allora il valore attribuito a $p(C)$ dovrebbe essere pari a 0,0000001, cioè a uno su dieci milioni.

[30] Sulla natura e la funzione di (RD), si vedano Canzio (2004) e Stella (2003, pp. 161 ss. e 178 ss.).

Naturalmente, l'elevato valore di $p(C|E)$ richiesto in (RD) potrebbe dipendere, in ampia misura, da un'elevata probabilità iniziale $p(C)$. Tuttavia, l'adozione di (PI) scongiura questa possibilità. Possiamo infatti dimostrare che, se si attribuisce – in accordo con (PI) – un valore molto piccolo a $p(C)$, allora un elevato valore di $p(C|E)$ può essere ottenuto solo se l'evidenza E a favore di C è schiacciante, cioè solo se E conferma molto fortemente C. Più precisamente, segue dall'uguaglianza $o(C|E) = o(C) \times c_B(C,E)$ (vedi (15)) che:

(36) Se vale (PI) allora (RD) equivale alla seguente condizione:

(RD*) Un verdetto di colpevolezza può venire emesso solo se $c_B(C,E) \geq 998\,001$ o, equivalentemente, solo se $p(E|C) \geq 998\,001 \times p(E|\neg C)$.

Il contenuto intuitivo di (RD*) può venire espresso dicendo che un verdetto di colpevolezza può venire emesso solo se il grado di conferma $c_B(C,E)$ ha un valore vicino al milione, cioè solo se la probabilità $p(E|C)$ dell'evidenza alla luce dell'ipotesi di colpevolezza è quasi un milione di volte più grande della probabilità $p(E|\neg C)$ dell'evidenza alla luce della supposizione che l'ipotesi di colpevolezza sia falsa.

Vedremo ora, con l'aiuto di alcuni esempi, che l'evidenza a favore dell'ipotesi di colpevolezza può includere sia testimonianze indipendenti sia testimonianze indirette.

Secondo un celebre motto, attribuito al cardinale John Henry Newman (1870), tre indizi fanno una prova.[31] Certamente questo motto vale per le testimonianze a favore dell'ipotesi di colpevolezza come si vede dal seguente esempio, il quale mostra che tre testimonianze indipendenti e molto attendibili a favore dell'ipotesi di colpevolezza rappresentano un'evidenza schiacciante.[32]

ESEMPIO 7. TRE TESTIMONIANZE INDIPENDENTI E MOLTO ATTENDIBILI A FAVORE DELL'IPOTESI DI COLPEVOLEZZA. Secondo l'ipotesi C, il noto piromane Fuego, accusato di aver appiccato il recente incendio nella boscaglia, è colpevole. I testimoni T_1, T_2 e T_3 affermano di aver visto Fuego mentre appiccava l'incendio. Se sappiamo che i tre testimoni non si conoscono fra loro e hanno potuto osservare la scena del delitto da tre diverse posizioni, allora possiamo ragio-

[31] Newman ha reso famoso questo motto che compare, in diverse versioni, anche in altri autori. Il motto è poi entrato nella letteratura probabilistica grazie a de Finetti (1970, cap. 4.15.4).

[32] Sulla congiunzione di testimonianze indipendenti si veda Dawid (1987).

nevolmente concludere che le loro testimonianze – vale a dire, $T_1(C)$, $T_2(C)$ e $T_3(C)$ – sono indipendenti. Di conseguenza, grazie ai teoremi (20) e (29), valgono le uguaglianze $c_B(C,T_1(C) \;\&\; T_2(C) \;\&\; T_3(C)) = c_B(C,T_1(C)) \times c_B(C,T_2(C)) \times c_B(C,T_3(C)) = A(T_1(C)) \times A(T_2(C)) \times A(T_3(C))$. Supponiamo, inoltre, che $T_1(C)$, $T_2(C)$ e $T_3(C)$ siano *molto attendibili*, nel senso che $A(T_1(C))$, $A(T_2(C))$, $A(T_3(C)) > 100$. In tal caso, dalle uguaglianze appena viste segue che $c_B(C,T_1(C) \;\&\; T_2(C) \;\&\; T_3(C)) > 1\,000\,000$ e quindi, a maggior ragione, che $c_B(C,T_1(C) \;\&\; T_2(C) \;\&\; T_3(C)) > 998\,001$. Questo implica – per il teorema (36) – che, data la presunzione di innocenza (PI), secondo la quale $p(C) = 0{,}001$, il grado di conferma $c_B(C,T_1(C) \;\&\; T_2(C) \;\&\; T_3(C))$ supera la soglia necessaria per l'emissione di un verdetto di colpevolezza.

Il seguente esempio mostra che l'evidenza a favore dell'ipotesi di colpevolezza può essere costituita da una testimonianza indiretta.

ESEMPIO 8. TESTIMONIANZA INDIRETTA A FAVORE DELL'IPOTESI DI COLPEVOLEZZA. Forestale (in simboli: T) fornisce la testimonianza secondo la quale, circa due ore prima della segnalazione dell'incendio nella boscaglia, il noto piromane Fuego – accusato di aver appiccato l'incendio – era da quelle parti, alla guida della sua auto (E). L'enunciato E conferma l'ipotesi C che Fuego sia colpevole. Se la testimonianza $T(E)$ di Forestale è attendibile, allora $T(E)$ conferma E ed è, quindi, una testimonianza indiretta a favore di C. Un attimo di riflessione basterà a convincerci che $\mathbf{E} \equiv (E,\neg E)$ separa $\mathbf{T(E)} \equiv (T(E),\neg T(E))$ da $\mathbf{C} \equiv (C,\neg C)$. Possiamo quindi concludere – grazie al teorema (23) – che $T(E)$ conferma C.

4.2. Testimonianze esperte e probabilità dell'ipotesi di colpevolezza

L'evidenza utilizzata nel processo penale include svariati tipi di prove scientifiche, che di solito vengono comunicate al giudice attraverso le testimonianze esperte fornite dai periti: si pensi, per esempio, all'esame grafologico, all'analisi di fibre, capelli e impronte digitali, o al test del DNA.[33] Nel seguito di questo paragrafo considereremo brevemente, con riferimento al test del DNA, alcuni problemi relativi all'uso delle testimonianze esperte nella determinazione della probabilità dell'ipotesi di colpevolezza.

[33] Sull'uso delle prove scientifiche e delle testimonianze esperte nel processo penale si vedano Brewer (1998), De Cataldo Neuburger (2008), Golanski (2001) e Walton (1997, cap. 6).

Come è noto l'acido desossiribonucleico, o DNA, è il fondamento chimico dell'ereditarietà. L'applicazione delle conoscenze sul DNA nelle scienze forensi risale alla metà degli anni Ottanta, quando fu sviluppato un metodo, piuttosto elaborato, per isolare e visualizzare appropriati frammenti di DNA estratti dal sangue o da altro materiale organico. Tale metodo consente di ottenere una particolare immagine, nota come *profilo del DNA*. Il test del DNA consiste nel confronto, effettuato da un analista genetico, tra i profili del DNA tratti da due campioni di materiale organico: si dice che il test ha dato un risultato positivo quando l'analista genetico dichiara che i profili *concordano*, cioè che sono sostanzialmente identici. La natura complessa e sofisticata dell'attività interpretativa dell'analista ci permette di considerare il test del DNA come un esempio di testimonianza interpretativa.[34]

Supponiamo che il test del DNA venga applicato a due campioni di materiale organico – uno prelevato da una traccia trovata sul luogo del delitto e l'altro dall'imputato –, e che l'analista dichiari che i due profili concordano: in tal caso parleremo di *concordanza dichiarata*. La concordanza dichiarata non implica che l'imputato è colpevole. Infatti, la catena inferenziale dalla concordanza dichiarata alla colpevolezza è costituita dai seguenti tre passi, ciascuno dei quali caratterizzato da una buona dose d'incertezza:

Passo 1. A partire dalla concordanza dichiarata tra i due profili (*CD*), si determina la probabilità della *concordanza effettiva* (*CE*), cioè la probabilità che i profili siano davvero sostanzialmente identici.

Passo 2. A partire dalla supposizione che vi sia una concordanza effettiva, si determina la probabilità che l'imputato sia la *fonte* della traccia (*F*).

Passo 3. Infine, a partire dalla supposizione che l'imputato sia la fonte, si determina la probabilità della sua *colpevolezza* (*C*).[35]

Anche se le possibilità di errore insite in ciascuno di questi passi sono note, non sembra che il significato di tale circostanza sia stato ampiamente compreso. Di conseguenza, ancora oggi si tende ad attribuire alla concordanza dichiarata lo status di prova inattaccabile, che può in taluni casi condurre alla virtuale certezza che l'imputato è colpevole. Allo scopo di rimuovere alcuni

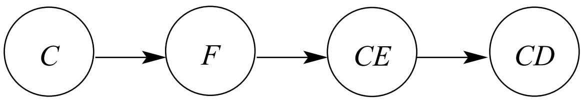
[34] Sul test del DNA e le sue applicazioni forensi, si vedano Goodwin, Linacre e Hadi (2007) e Lucy (2005, capp. 14 e 15). Per una concisa esposizione di carattere divulgativo, è consigliabile la lettura di Gigerenzer (2002, cap 10).

[35] Le seguenti pagine possono essere lette come una ricostruzione in termini bayesiani della catena inferenziale descritta da Gigerenzer (2002, pp. 192-204).

comuni fraintendimenti, occorre descrivere con qualche dettaglio la catena inferenziale che conduce dalla concordanza dichiarata alla determinazione della probabilità dell'ipotesi di colpevolezza.

Possiamo considerare la concordanza dichiarata come un'evidenza indiretta che conferma l'ipotesi di colpevolezza attraverso due anelli intermedi, costituiti dalla concordanza effettiva e dalla fonte, cioè dalla supposizione che l'imputato sia la fonte della traccia. Le relazioni tra concordanza dichiarata e colpevolezza possono venire rappresentate dalla seguente Figura 3 – del tutto simile alla Figura 2 –, nella quale le variabili $\mathbf{C} \equiv (C,\neg C)$, $\mathbf{F} \equiv (F,\neg F)$, $\mathbf{CE} \equiv (CE,\neg \mathrm{CE})$ e $\mathbf{CD} \equiv (CD,\neg CD)$ indicano, rispettivamente, la colpevolezza, la fonte, la concordanza effettiva e la concordanza dichiarata:

FIG. 3: Rete bayesiana con connessioni seriali



La Figura 3 mostra che **CE** separa **CD** da **F** ed **F** separa **CE** da **C**. Come già sappiamo, questo implica che varrà anche la seguente relazione di separazione: **F** separa **CD** da **C**. Possiamo quindi applicare i teoremi (24) e (25) dai quali, fatte le debite sostituzioni, segue che:

(37) $p(C|CD) = p(C|F) \times p(F|CD) + p(C|\neg F) \times p(\neg F|CD)$.

(38) $p(F|CD) = p(F|CE) \times p(CE|CD) + p(F|\neg CE) \times p(\neg CE|CD)$.

Le uguaglianze (37) e (38) mostrano come possiamo determinare $p(C|CD)$, cioè la probabilità della colpevolezza alla luce della concordanza dichiarata. A tale scopo occorrerà anzitutto determinare, mediante la (38), i valori di $p(F|CD)$ e $p(\neg F|CD) \equiv 1 - p(F|CD)$; come si vede, tali valori possono venire calcolati sulla base delle probabilità $p(F|CE)$, $p(F|\neg CE)$ e $p(CE|CD)$. Successivamente si determinerà $p(C|CD)$ mediante la (37), sulla base di $p(C|F)$ e $p(C|\neg F)$ e dei valori di $p(F|CD)$ e $p(\neg F|CD)$, precedentemente calcolati mediante la (38). La procedura appena descritta mostra che $p(C|CD)$ può venire determinata sulla base delle seguenti cinque probabilità: $p(C|F)$, $p(C|\neg F)$, $p(F|CE)$, $p(F|\neg CE)$ e $p(CE|CD)$. A loro volta, tali probabilità possono venire determinate effettuando i tre passi sopra menzionati della catena inferenziale che va dalla concordanza dichiarata alla colpevolezza. Tali passi verranno ora illustrati con l'aiuto di alcuni esempi.

Passo 1. Come determinare la probabilità $p(CE|CD)$ della concordanza effettiva alla luce della concordanza dichiarata. La concordanza dichiarata dall'analista genetico tra i profili dei due DNA – provenienti l'uno dalla traccia trovata sul luogo del delitto e l'altro dall'imputato –, non conduce alla certezza che vi sia concordanza effettiva. Infatti, la concordanza dichiarata potrebbe essere il frutto di un errore di laboratorio oppure di un'erronea interpretazione, da parte dell'analista, della somiglianza tra i profili. Occorre quindi determinare la probabilità $p(CE|CD)$ – o, equivalentemente, la quota $o(CE|D)$ –, da attribuire alla concordanza effettiva alla luce della concordanza dichiarata. Segue dal teorema (15) che $o(CE|CD) = o(CE) \times c_B(CE,CD)$ – ove $c_B(CE,CD) \equiv p(CD|CE)/p(CD|\neg CE)$ è il grado di conferma apportato dall'evidenza CD all'ipotesi CE. L'uguaglianza $o(CE|CD) = o(CE) \times c_B(CE,CD)$ mette in luce una circostanza molto importante: poiché $o(CE|CD)$ è pari al prodotto di $o(CE)$ e $c_B(CE,CD)$, se la quota iniziale $o(CE)$ attribuita alla concordanza effettiva è sufficientemente piccola, la quota finale $o(CE|CD)$ può essere piuttosto bassa anche in presenza di un valore molto elevato di $c_B(CE,CD)$, cioè di un risultato di concordanza dichiarata ottenuto sulla base di un test del DNA molto attendibile. Questa possibilità viene illustrata dal seguente esempio.

ESEMPIO 9 – PRIMA PARTE. DOVE SI MOSTRA CHE LA PROBABILITÀ DELLA CONCORDANZA EFFETTIVA ALLA LUCE DELLA CONCORDANZA DICHIARATA IN UN TEST DEL DNA ESTREMAMENTE ATTENDIBILE PUÒ ESSERE MOLTO BASSA. Supponiamo che, nei test del DNA eseguiti da un certo laboratorio, la concordanza dichiarata venga ottenuta 99 999 volte ogni centomila casi di concordanza effettiva, e una sola volta ogni centomila casi senza concordanza effettiva. Questo significa che $p(CD|CE) = 0{,}99999$ e $p(\mathrm{C}D|\neg CE) = 0{,}00001$, cioè che il test è estremamente attendibile, dato che $c_B(CE,CD) \equiv p(CD|CE)/p(CD|\neg CE) = 99\,999$. Immaginiamo ora che solo un individuo su un milione abbia una concordanza effettiva con il DNA prelevato dalla traccia, cioè che $p(CE) = 0{,}000001$. Ciò significa che $o(CE) \equiv p(CE)/(1 - p(CE)) = 1/999\,999$. Ne segue che $o(CE|CD) = o(CE) \times c_B(CE,CD)$ è approssimativamente uguale a 0,1 o, equivalentemente, che $p(CE|CD)$ è approssimativamente uguale a 0,091, cioè al 9,1%. Come si vede la probabilità $p(CE|CD)$ da attribuire alla concordanza effettiva alla luce di un risultato di concordanza dichiarata, ottenuto con un test del DNA estremamente attendibile, è molto più bassa di quanto ci si potrebbe aspettare e, in ogni caso, è ben lontana dalla certezza.

Passo 2. Come determinare le probabilità $p(F|CE)$ e $p(F|\neg CE)$ dell'ipotesi della fonte alla luce della concordanza effettiva o della sua assenza. La presenza di una concordanza effettiva tra i profili dei due DNA non conduce alla certezza che l'imputato sia la fonte della traccia. Può darsi, infatti, che due persone prese a caso abbiano profili uguali e, quindi, che il DNA dell'imputato sia sostanzialmente identico a quello prelevato dalla traccia, anche se egli non ne è la fonte.[36] Occorre quindi determinare le probabilità $p(F|CE)$ e $p(F|\neg CE)$ – o, equivalentemente, le quote $o(F|CE)$ e $o(F|\neg CE)$ –, dell'ipotesi della fonte alla luce della concordanza effettiva o della sua assenza. Occupiamoci, anzitutto, della probabilità $p(F|\neg CE)$ che l'imputato sia la fonte in assenza di una concordanza effettiva con la traccia. Appare ragionevole porre $p(F|\neg CE) = 0$ poiché, data l'assenza di concordanza effettiva tra il DNA dell'imputato e quello della fonte, l'imputato non può essere la fonte. Restano da determinare i valori di $p(F|CE)$ e $o(F|CE)$. Segue dal teorema di Bayes (9) che $o(F|CE) = o(F) \times p(CE|F)/p(CE|\neg F)$: potremmo quindi determinare $o(F|CE)$ – e quindi anche $p(F|CE)$ – sulla base di $o(F)$, $p(CE|F)$, e $p(CE|\neg F)$. In molti casi, tuttavia, non vi è alcun bisogno di ricorrere al teorema di Bayes, poiché la probabilità $p(F|CE)$ può essere determinata mediante una semplice procedura che verrà illustrata nel seguente esempio.

ESEMPIO 9 – SECONDA PARTE. DOVE SI MOSTRA CHE LA PROBABILITÀ DELL'IPOTESI DELLA FONTE ALLA LUCE CONCORDANZA EFFETTIVA PUÒ ESSERE MOLTO BASSA. Supponiamo che gli investigatori abbiano stabilito che la popolazione delle potenziali fonti – cioè delle persone che avrebbero potuto commettere il delitto e lasciare una traccia –, include dieci milioni di membri. Immaginiamo, inoltre, che gli analisti genetici abbiano stabilito – come si è ipotizzato nella prima parte di questo esempio –, che solo un individuo su un milione ha una concordanza con il DNA prelevato dalla traccia. Ciò implica che nella popolazione delle potenziali fonti ci si devono attendere dieci persone che presentano una concordanza effettiva con la traccia, inclusa la fonte effettiva della traccia. Di conseguenza ogni membro della popolazione che presenta una concordanza con la traccia potrebbe esserne la fonte, ma potrebbe anche essere uno dei nove individui che concordano casualmente con la traccia. Ciò significa che, data la concordanza effettiva dell'imputato con la fonte, la probabilità $p(F|CE)$ che l'imputato sia la fonte è pari al 10%, cioè a 0,1. Questo esempio mette in luce una circostanza di grande interesse: se la popolazione delle potenziali fonti è molto vasta, allora il valore di $p(F|CE)$ può essere sorprendentemente basso.

[36] Qui trascuriamo, per semplicità, la possibilità che l'identità del DNA dipenda dalla consanguineità, per esempio dal fatto che la traccia è stata lasciata da un gemello identico dell'imputato.

Passo 3. Come determinare le probabilità $p(C|F)$ e $p(C|\neg F)$ dell'ipotesi di colpevolezza alla luce della condizione della fonte o della sua assenza. La supposizione che F sia vera, cioè che l'imputato sia la fonte della traccia, non significa affatto che sia colpevole: può darsi, infatti, che non abbia commesso il delitto pur essendo la fonte della traccia. L'imputato potrebbe avere lasciato le proprie tracce sulla scena del delitto, prima o dopo il delitto, senza esserne l'autore; oppure il vero colpevole potrebbe avere trasportato intenzionalmente sulla scena del delitto qualche materiale biologico dell'imputato; infine, qualcun altro potrebbe avercelo trasportato, intenzionalmente oppure no.[37] Occorre quindi determinare le probabilità $p(C|F)$ e $p(C|\neg F)$ dell'ipotesi di colpevolezza alla luce della condizione della fonte o della sua assenza.

ESEMPIO 9 – TERZA PARTE. DOVE SI DETERMINA LA PROBABILITÀ DELLA COLPEVOLEZZA ALLA LUCE DELLA CONDIZIONE DELLA FONTE O DELLA SUA ASSENZA. La valutazione delle probabilità $p(C|F)$ e $p(C|\neg F)$ dipenderà, naturalmente, dalle specifiche caratteristiche del delitto. Tuttavia, in linea generale, si può affermare che, per le considerazioni fatte sopra, occorre attribuire a $p(C|F)$ un valore piuttosto inferiore da 1; a scopo illustrativo, porremo quindi $p(C|F) = 0{,}8$. Per quanto riguarda, invece, $p(C|\neg F)$, sembra del tutto naturale attribuire a $p(C|\neg F)$ un valore estremamente basso, approssimativamente uguale a zero; a scopo illustrativo porremo $p(C|\neg F) = 0$.

Disponiamo ora di tutti gli elementi per applicare le uguaglianze (37) e (38) e determinare così, con riferimento all'Esempio 9, la probabilità $p(C|CD)$ della colpevolezza alla luce della concordanza dichiarata.

ESEMPIO 9 – QUARTA PARTE. DOVE SI MOSTRA CHE LA PROBABILITÀ DELL'IPOTESI DI COLPEVOLEZZA ALLA LUCE DELLA CONCORDANZA DICHIARATA IN UN TEST DEL DNA ESTREMAMENTE ATTENDIBILE PUÒ ESSERE MOLTO BASSA. Nelle prime tre parti di questo esempio abbiamo determinato le seguenti probabilità: $p(CE|CD) \simeq 0{,}091$. $p(F|CE) = 0{,}1$, $p(F|\neg CE) = 0$, $p(C|F) = 0{,}8$ e $p(C|\neg F) = 0$. A partire dai valori di $p(CE|CD)$, $p(F|CE)$ e $p(F|\neg CE)$ possiamo ora calcolare, applicando l'uguaglianza (38), i valori di $p(F|CD)$ e $p(\neg F|CD)$ i quali sono dati da $p(F|CD) \simeq 0{,}1 \times 0{,}091 + 0 \times 0{,}909 = 0{,}0091$ e $p(\neg F|CD) \equiv 1 - p(F|CD) \simeq 0{,}9909$. Successivamente, a partire dai valori di $p(C|F)$ e $p(C|\neg F)$ e da quelli, appena cal-

[37] Per esempio, nel caso di O. J. Simpson la difesa riuscì a convincere la giuria che una traccia di sangue – di cui l'imputato era molto probabilmente la fonte – , era stata messa nel luogo del delitto dalla polizia: cfr. Gigerenzer (2002, p. 192).

colati, di $p(F|CD)$ e $p(\neg F|CD)$, possiamo calcolare, applicando l'uguaglianza (37), il valore di $p(C|CD)$ che è dato da $p(C|CD) \simeq 0{,}8 \times 0{,}0091 + 0 \times 0{,}9909 = 0{,}00728 = 0{,}728\%$. Ciò significa che la probabilità $p(C|CD)$ della colpevolezza alla luce della concordanza dichiarata è inferiore all'1%.

Anche se i dati utilizzati nell'Esempio 9 hanno carattere illustrativo, essi non sono troppo lontani da quelli che caratterizzano l'applicazione del test del DNA in molti processi penali. Ciò significa che – con buona pace dei più entusiasti sostenitori dell'uso delle prove scientifiche nei processi penali –, in molte applicazioni del test del DNA, la probabilità dell'ipotesi di colpevolezza, alla luce della sola evidenza costituita dalla concordanza dichiarata, è piuttosto bassa. Vale comunque la pena notare che nell'Esempio 9 (seconda parte) si era ipotizzato che i potenziali autori del delitto erano 10 milioni: ciò significa che il valore attribuito alla probabilità iniziale $p(C)$ dell'ipotesi di colpevolezza era pari a una su 10 milioni. Di conseguenza la probabilità finale $p(C|CD) \simeq 1\%$ ottenuta nell'Esempio 9 risulta essere all'incirca centomila volte più grande della probabilità iniziale $p(C)$. L'Esempio 9 ci permette così di trarre un'importante lezione di carattere generale sull'uso del test del DNA nel processo penale: l'evidenza costituita dalla concordanza dichiarata ottenuta nel test del DNA può accrescere in modo spettacolare la probabilità dell'ipotesi di colpevolezza senza però essere in grado – se presa da sola – di portare tale probabilità oltre la soglia necessaria all'emissione di un verdetto di colpevolezza.

In questo contributo abbiamo considerato alcuni interessanti problemi posti dall'applicazione dell'epistemologia bayesiana della testimonianza all'analisi della pratica clinica e giudiziaria ma, per motivi di spazio, abbiamo dovuto trascurarne altri non meno interessanti. Ci limitiamo a segnalarne due, che ci proponiamo di affrontare in altra occasione: il primo riguarda la ricerca dei modi più appropriati per valutare l'attendibilità delle testimonianze (comuni ed esperte) acquisite nel processo diagnostico e in quello penale;[38] il secondo, invece, concerne la ricerca dei modi più appropriati per determinare la probabilità delle ipotesi diagnostiche o ricostruttive alla luce dell'enorme ed eterogenea massa di evidenze, di carattere testimoniale e non, che vengono acquisite in molti processi diagnostici e penali.[39]

---

[38] Per quanto riguarda la valutazione dell'attendibilità delle testimonianze comuni acquisite nel processo penale si vedano Friedman (1987) e Wells e Olsen (2003).

[39] Sui modi più appropriati per determinare la probabilità delle ipotesi diagnostiche alla luce di numerose ed eterogenee informazioni, si veda Sackett *et al.* (1985); per quanto riguarda,

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

ADLER, J. (2008). Epistemological Problems of Testimony. In *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, http://plato.stanford.edu/archives/fall2008/entries/testimony-episprob/.

ANDERSON T., SCHUM D. e TWINING W. (1991/2005). *Analysis of Evidence*. Cambridge: Cambridge University Press.

BAYES, Th. (1763). "An Essay towards Solving a Problem in the Doctrine of Chances". In: *Philosophical Transactions of the Royal Society*, **53**, pp. 370-418. Trad. it. Saggio sulla soluzione di un problema della dottrina delle *chances*. In P. Garbolino (a cura di), *Sulla probabilità*, Ferrara: Librit, 1994, pp. 74-110.

BREWER, S. (1998). Scientific Expert Testimony and Intellectual Due Process. *Yale Law Journal*, **107**, pp. 1535-1681.

BUTLER, J. (1736). *The Analogy of Religion, Natural and Unrevealed, to the Constitution and Course of Nature*. London.

CANZIO G. (2004). L'"oltre il ragionevole dubbio" come regola probatoria e di giudizio nel processo penale. *Rivista italiana di diritto processuale e penale*, **47**, pp. 303-308.

COADY, C. A. J. (1992). *Testimony: A Philosophical Study*. Oxford: Oxford University Press.

COOKE, R. M. (1991). *Experts in Uncertainty. Opinion and Subjective Probability in Science*. Oxford: Oxford University Press.

CRUPI, V., FESTA, R. e MASTROPASQUA, T. (2008). Bayesian Confirmation by Uncertain Evidence: A Reply to Huber (2005). *The British Journal for the Philosophy of Science*, **59**, pp. 201-211.

DAWID, A. P. (1987). The Difficulty About Conjunction. *The Statistician*, **36**, pp. 91-97.

——— (2005). Probability and Proof. Appendice online alla seconda edizione di Anderson T., Schum, D. e Twining, W. (1991/2005), http://tinyurl.com/7g3bd.

DE CATALDO NEUBURGER, L. (2008) (a cura di). *La prova scientifica nel processo penale*. Padova: CEDAM.

DE FINETTI, B. (1970). *Teoria delle probabilità,* vol. I. Torino: Einaudi.

EARMAN, J. (2000). *Hume's Abject Failure*. Oxford: Oxford University Press.

EDDY, D. M. (1982). Probabilistic Reasoning in Clinical Medicine: Problems and Opportunities". In D. Kanhneman, P. Slovic e A. Tversky (a cura di), *Judgment*

invece, la determinazione della probabilità delle ipotesi ricostruttive nel processo penale, si vedano Kadane e Schum (1996) e Taroni *et al*. (2006).

under Uncertainty: Heuristic and Biases, Cambridge: Cambridge University Press, pp. 249-267. Trad. it. Il ragionamento probabilistico nella medicina clinica: problemi e opportunità. In V. Crupi, G. F. Gensini e M. Motterlini (2006) (a cura di): *La dimensione cognitiva dell'errore in medicina*. Milano: Franco Angeli, pp. 45-67.

FESTA, R. (1996). *Cambiare opinione. Temi e problemi di epistemologia bayesiana*. Bologna: CLUEB.

——— (1999). Bayesian Confirmation. In M. C. Galavotti e A. Pagnini (a cura di), *Experience, Reality, and Scientific Explanation*. Dordrecht: Kluwer, pp. 55-87.

——— (2004). Principio di evidenza totale, decisioni cliniche ed *Evidence Based Medicine*. In: G. Federspil e P. Giaretta (a cura di), *Forme della razionalità medica*. Soveria Mannelli: Rubbettino, pp. 47-82.

——— (2005). Il reverendo Thomas Bayes entra in corsia. L'uso dell'evidenza nella pratica clinica. *Nuova civiltà delle macchine*, **23**, pp. 39-54.

FESTA, R., BUTTASI, C. e CRUPI, V. (2009). Evidenza incerta e probabilità delle diagnosi: estensioni dell'approccio bayesiano alla pratica clinica. In: P. Giaretta, P. Moretto, G. F. Gensini e M. Trabucchi (a cura di), *Filosofia della medicina*. Bologna: Il Mulino, 565-609.

FRIEDMAN, R. (1987). Route Analysis of Credibility and Hearsay. *Yale Law Journal*, **96**, pp. 667-742.

FROSINI, B. V. (2002). *Le prove statistiche nel processo civile e nel processo penale*. Milano: Giuffrè.

GOLANSKI, A. (2001). Why Legal Scholars Get Daubert Wrong: A Contextualist Explanation of Law's Epistemology. *Whittier Law Review*, **22**, pp. 653-721.

GIGERENZER, G. (2002). *Calculated Risks. How To Know When Numbers Deceive*. New York: Simon & Schuster. Trad. it. *Quando i numeri ingannano. Imparare a vivere con l'incertezza*. Milano: Raffaello Cortina, 2003.

GOLDMAN, A. I. (1999). *Knowledge in a Social World*. Oxford: Oxford University Press.

GOODWIN, W., LINACRE, A. e HADI, S. (2007). *An Introduction to Forensic Genetics*. Chichester: John Wiley & Sons.

HUME, D. (1748). *Enquiries Concerning the Human Understanding and Concerning the Principles of Morals*. Edizione a cura L. A. Selby-Bigge e P. H. Nidditch, Oxford: Oxford University Press, 1975. Trad. it. a cura di E. Lecaldano, *Ricerca sull'intelletto umano*. Bari: Laterza, 2009.

JEFFREY, R. (1965/1983). *The Logic of Decision*. New York: McGraw-Hill.

——— (1992): *Probability and the Art of Judgment*. Cambridge: Cambridge University Press.

——— (2004). *Subjective Probability. The Real Thing*. Cambridge: Cambridge University Press.

KADANE, J. B. e SCHUM, D. A. (1996). *A Probabilistic Analysis of the Sacco and Vanzetti Evidence*. Chichester: John Wiley & Sons.

KUSCH, M. e LIPTON, P. (2002). Testimony: A Primer. *Studies in History and Philosophy of Science*, **33**, pp. 209-217.

LACKEY, J. e SOSA, E. (2006) (a cura di). *The Epistemology of Testimony*. Oxford: Oxford University Press.

LUCY, D. (2005). *Introduction to Statistics for Forensic Scientists*. Chichester: John Wiley & Sons.

MURA, A. (2003), *Per un bayesianesimo critico*. Introduzione all'edizione italiana di Tilliers e Green (1988), pp. IX-XLVI.

——— (2004). Teorema di Bayes e valutazione della prova. *Cassazione penale*, **44**, pp. 1808-1818.

NEWMAN, J. H. (1870). *An Essay in Aid of a Grammar of Assent*. London: Burns, Oates & Co. Trad. it. *Grammatica dell'assenso*. Milano: Jaca Book, 2005.

POLANYI, M. (1966). *The Tacit Dimension*. London: Routledge. Trad. it. *La conoscenza inespressa*. Roma: Armando, 1979.

REID, T. (1764). *An Inquiry into the Human Mind*. Ristampato a cura di R. E. Beanblossom e K. Lehrer, *Inquiry and Essays*. Indianapolis: Hackett, 1983

SACKETT, D.L., HAYNES, R.B. e TUGWELL, P. (1985). *Clinical Epidemiology: A Basic Science for Clinical Medicine*. Boston: Little-Brown. Trad. it. *Epidemiologia clinica. Scienza di base per la medicina*. Torino: Centro Scientifico, 1988.

SCANDELLARI, C. (2005). *La diagnosi clinica. Principi metodologici del processo decisionale*. Milano: Masson.

SHOGENJI, T. (2003). A Condition for Transitivity in Probabilistic Support. *The British Journal for the Philosophy of Science*, **54**, pp. 613-616.

STELLA, F. (2003). *Giustizia e modernità. La protezione dell'innocente e la tutela delle vittime*. III ed., Milano: Giuffrè.

SHAPIN, S. (1994). *A Social History of Truth*. Chicago: University of Chicago Press.

TARONI, F., AITKEN, C., GARBOLINO, P. e BIEDERMANN, A. (2006). *Bayesian Networks and Probabilistic Inference in Forensic Science*. Chichester: John Wiley & Sons.

TILLERS, P. e GREEN, E. (1988) (a cura di). *Probability and Inference in the Law of Evidence: The Limits and Uses of Bayesianism*. Dordrecht: Kluwer. Trad. it. *L'inferenza probabilistica nel diritto delle prove. Usi e limiti del bayesianesimo*. Milano: Giuffrè, 2003.

VASSALLO, N. (2003). *Teoria della conoscenza*. Bari: Laterza.

Walton, D. (1997). *Appeal to Expert Opinion*. Pennsylvania: Pennsylvania State Press.

Weinstein, M. C. e Fineberg, H. V. (1980). *Clinical Decision Analysis*. Philadelphia: Saunders. Trad. it. *L'analisi della decisione in medicina clinica*. Milano: Franco Angeli, 2008.

Wells, G. L. e Olsen, E. A. (2003). Eyewitness Testimony. *Annual Review of Psychology*, **54**, pp. 277-295.——— (2004). Teorema di Bayes e valutazione della prova. *Cassazione penale*, **44**, pp. 1808-1818.*Networks and Probabilistic Inference in Forensic Science*. Chichester: John Wiley & Sons.

Tillers, P. e Green, E. (1988) (a cura di). *Probability and Inference in the Law of Evidence: The Limits and Uses of Bayesianism*. Dordrecht: Kluwer. Trad. it. *L'inferenza probabilistica nel diritto delle prove. Usi e limiti del bayesianesimo*. Milano: Giuffrè, 2003.

Vassallo, N. (2003). *Teoria della conoscenza*. Bari: Laterza.

Walton, D. (1997). *Appeal to Expert Opinion*. Pennsylvania: Pennsylvania State Press.

Weinstein, M. C. e Fineberg, H. V. (1980). *Clinical Decision Analysis*. Philadelphia: Saunders. Trad. it. *L'analisi della decisione in medicina clinica*. Milano: Franco Angeli, 2008.

Wells, G. L. e Olsen, E. A. (2003). Eyewitness Testimony. *Annual Review of Psychology*, **54**, pp. 277-295.